

# Sách HDSD

## sang-math 1.0.0

đề thi · sách Toán · BBT/BXD · hình học · CeTZ

ID & tags

BBT/BXD

Typst params

### Bản đồ hệ thống trong một cuốn sách

#### Câu hỏi & lời giải

#tn, #ds, #tln, #tl, đáp án, lời giải, ảnh, metadata.

#### ID & ngân hàng

Quy ước đặt ID, tags, bank.json, trộn đề và quản trị dữ liệu câu hỏi.

#### BBT, BXD, bảng

bbtv2, bbbt, bxd, shade, ranks, hàng dấu và lỗi thường gặp.

#### Typst nâng cao

page, text, table, grid, figure, raw, màu sắc, import và tham số hệ thống.

### Mục tiêu

Người đọc mở sách là có thể tự soạn đề, sửa đề, quản lý ngân hàng câu hỏi và xuất bản PDF/web mà không cần đoán cú pháp.

### Tác giả

GV Nguyễn Văn Sang  
Cập nhật: 15/07/2026

Tài liệu mở: mỗi lệnh có cú pháp, ví dụ code và kết quả được Typst render ngay trong sách.

## Mục lục

|                                                                                           |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Khởi động nhanh .....                                                                     | 5  |
| Cấu trúc file đề thi chuẩn .....                                                          | 5  |
| Năm profile chính thức .....                                                              | 6  |
| 18 theme đề — cùng code, khác kết quả .....                                               | 6  |
| Câu trắc nghiệm nhiều phương án — <code>#tn(...)</code> .....                             | 10 |
| Cú pháp đầy đủ .....                                                                      | 10 |
| Tham số chi tiết .....                                                                    | 10 |
| Ví dụ 1 — câu đơn không hình .....                                                        | 11 |
| Ví dụ 2 — câu có hình bên phải (phổ biến nhất) .....                                      | 11 |
| Ví dụ 3 — hình phía dưới đề bài ( <code>fig-pos: "center"</code> ) .....                  | 12 |
| Ví dụ 4 — Tích phân (Trích ngân hàng Giải tích 12) .....                                  | 12 |
| Ví dụ 5 — Tùy biến hiển thị phương án (Số cột & Khoanh tròn / Không khoanh tròn) ...      | 13 |
| Ví dụ 6 — Trắc nghiệm 4 phương án là 4 hình vẽ ( <code>opt-fig</code> ) .....             | 14 |
| Ví dụ 7 — Câu hỏi kèm dòng kẻ nháp tự vẽ ( <code>lines</code> ) .....                     | 15 |
| Ví dụ 8 — Đồ thị hàm số trùng phương bậc 4 (Trích đề thi thực tế) .....                   | 15 |
| Câu Đúng-Sai — <code>#ds(...)</code> .....                                                | 17 |
| Cú pháp đầy đủ .....                                                                      | 17 |
| Tham số chi tiết .....                                                                    | 17 |
| Ví dụ — câu Đúng-Sai có phân tích .....                                                   | 18 |
| Ví dụ 3 — Đúng-Sai dạng Danh sách không bảng ( <code>ds-style: "list"</code> ) .....      | 19 |
| Ví dụ 4 — Câu hỏi trắc nghiệm Đúng - Sai tích phân (Trích đề thi thực tế) .....           | 20 |
| Câu trả lời ngắn — <code>#tln(...)</code> .....                                           | 22 |
| Cú pháp đầy đủ .....                                                                      | 22 |
| Vị trí hình trong <code>#tln</code> .....                                                 | 22 |
| Tham số chi tiết .....                                                                    | 22 |
| Ví dụ 1 — câu trả lời ngắn đơn giản .....                                                 | 23 |
| Ví dụ 2 — câu trả lời ngắn có hình bên phải .....                                         | 23 |
| Ví dụ 3 — hình phía dưới, có dòng trống tính .....                                        | 24 |
| Ví dụ 4 — Bài toán thực tế (Trích ngân hàng Giải tích 12) .....                           | 24 |
| Câu tự luận — <code>#tl(...)</code> .....                                                 | 25 |
| Cú pháp đầy đủ .....                                                                      | 25 |
| Tham số chi tiết .....                                                                    | 25 |
| Ví dụ — câu tự luận có lời giải từng bước dùng <code>#step</code> .....                   | 26 |
| Ví dụ 2 — Bài toán tối ưu thực tế có hình vẽ và bảng cực trị (Trích đề thi thực tế) ..... | 26 |
| Chèn hình vẽ — Tổng kết .....                                                             | 29 |
| Ba vị trí có thể đặt hình .....                                                           | 29 |
| Nguồn hình vẽ hỗ trợ .....                                                                | 29 |
| 10 Ví dụ thực chiến về Chèn hình & Đồ họa CeTZ .....                                      | 29 |
| Các hộp sự phạm .....                                                                     | 38 |
| Nhóm hộp lời giải .....                                                                   | 38 |

|                                                                                                                           |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Nhóm hộp kiến thức .....                                                                                                  | 38 |
| Macro <code>#step[...]</code> — tô màu từng bước lời giải .....                                                           | 39 |
| Biên soạn Đề thi chuẩn và Trình chiếu Beamer .....                                                                        | 40 |
| 1. Cấu trúc Đề thi chuẩn của Bộ GD&ĐT .....                                                                               | 40 |
| 2. Cấu hình Tiêu đề đề thi — <code>#thpt-school-exam</code> .....                                                         | 40 |
| 3. Phân chia phần thi — <code>#exam-part</code> .....                                                                     | 40 |
| 4. Mẫu file đề thi thực tế chuẩn hệ thống ( <code>de-30.typ</code> ) .....                                                | 41 |
| 5. In bảng đáp án tự động — <code>print-answer-key()</code> .....                                                         | 43 |
| 6. Chuyển đề thi thành Slide bài giảng Beamer .....                                                                       | 43 |
| <code>#sang-setup</code> — Tự động hoá show rules .....                                                                   | 45 |
| ID, tags và metadata .....                                                                                                | 46 |
| <code>bank.json</code> giữ metadata, không giữ đề bài dài .....                                                           | 46 |
| Khai báo câu hỏi thật trong <code>questions.typ</code> .....                                                              | 46 |
| API ngân hàng câu hỏi .....                                                                                               | 47 |
| Workflow ngân hàng ổn định .....                                                                                          | 47 |
| Trộn đề Typst-native từ ngân hàng .....                                                                                   | 48 |
| Tham số nâng cao của câu hỏi .....                                                                                        | 51 |
| Nhóm tham số chung cho <code>#tn</code> , <code>#ds</code> , <code>#tln</code> , <code>#tl</code> .....                   | 51 |
| Tham số riêng của <code>#tn/#mcq</code> .....                                                                             | 52 |
| Tham số riêng của <code>#tln/#short</code> .....                                                                          | 52 |
| Tham số riêng của lời giải từng bước .....                                                                                | 53 |
| Tham số Typst thường gặp trong hệ thống .....                                                                             | 54 |
| Layout cơ bản .....                                                                                                       | 54 |
| Kiểu dữ liệu thường gặp .....                                                                                             | 55 |
| Nhãn, metadata và vị trí .....                                                                                            | 55 |
| Bảng biến thiên — API package 1.0.0 .....                                                                                 | 56 |
| 1. Cấu trúc tối thiểu (Để dùng nhất) .....                                                                                | 56 |
| 2. Mảng dấu <code>d-signs</code> (Đặc biệt quan trọng) .....                                                              | 56 |
| 3. Tùy chỉnh kích thước ( <code>w1</code> , <code>w2</code> , <code>h1</code> , <code>h2</code> , <code>h3</code> ) ..... | 57 |
| 4. Hàm phân thức, Tiệm cận và Vùng không xác định ( <code>shade</code> , <code>  </code> ) .....                          | 57 |
| Ví dụ 4.3 — Bảng biến thiên hàm phân thức hữu tỉ có tiệm cận đứng thực tế .....                                           | 58 |
| 5. Chỉnh thủ công vị trí mũi tên bằng <code>#bbbt</code> và <code>ranks</code> .....                                      | 59 |
| 6. Bảng xét dấu <code>#bxd</code> (Nhiều dòng) .....                                                                      | 59 |
| Ví dụ 6.2 — Bảng xét dấu phân thức có điều kiện không xác định (Trích đề thi thực tế) ..                                  | 60 |
| Tuyển tập 30 loại Bảng biến thiên & Bảng xét dấu mẫu .....                                                                | 62 |
| Nhóm 1: Hàm số đa thức (Bậc 3, Bậc 4 trùng phương) .....                                                                  | 62 |
| Nhóm 2: Hàm phân thức hữu tỉ .....                                                                                        | 65 |
| Nhóm 3: Hàm vô tỉ (chứa căn thức) .....                                                                                   | 68 |
| Nhóm 4: Hàm số Mũ, Logarit và Lượng giác .....                                                                            | 70 |
| Nhóm 5: Bảng xét dấu ( <code>bxd</code> ) và các trường hợp đặc biệt .....                                                | 72 |
| Biên soạn Sách / Chuyên đề / SGK — <code>book-theme</code> .....                                                          | 76 |
| 1. File sách hoàn chỉnh .....                                                                                             | 76 |
| 2. Ba cấp cấu trúc — code và kết quả .....                                                                                | 76 |
| Ứng dụng đạo hàm .....                                                                                                    | 77 |
| Tính đơn điệu .....                                                                                                       | 77 |

|                                                                       |     |
|-----------------------------------------------------------------------|-----|
| 3. Mạch bài học: mục tiêu, khởi động, khám phá .....                  | 77  |
| 4. Lý thuyết, định nghĩa, định lý và phương pháp .....                | 78  |
| 5. Ví dụ, hoạt động, luyện tập và bài tập có dòng .....               | 79  |
| 6. Cảnh báo và tổng kết .....                                         | 80  |
| 7. So sánh trực tiếp 12 theme sách .....                              | 80  |
| Hình học package 1.0.0 — code và kết quả .....                        | 83  |
| 1. Hình cơ bản tự tạo canvas .....                                    | 83  |
| 2. Hình chụp và lăng trụ .....                                        | 83  |
| 3. Conic nâng cao — bắt buộc nằm trong <code>cetz.canvas</code> ..... | 84  |
| 4. Hình trụ, hình nón và mặt cầu .....                                | 85  |
| 5. Helix và lò xo .....                                               | 85  |
| 6. Ký hiệu Toán xuất từ package .....                                 | 86  |
| Tự xây dựng khối nháp hai cột (mở rộng ngoài package) .....           | 87  |
| 1. Cơ chế hoạt động của <code>#demo-q-wrap</code> .....               | 87  |
| 2. Các tham số cấu hình <code>#demo-q-wrap</code> .....               | 87  |
| Bảng tra cứu nhanh .....                                              | 95  |
| Tóm tắt 4 loại câu hỏi .....                                          | 95  |
| Tóm tắt tham số hình vẽ .....                                         | 95  |
| Lệnh biên dịch chuẩn .....                                            | 95  |
| Beamer — profile package và mở rộng trình chiếu .....                 | 96  |
| Kiến trúc tổng quan .....                                             | 96  |
| Cấu trúc file đề thi tương thích Beamer .....                         | 96  |
| Cấu hình Beamer.typ .....                                             | 97  |
| Hệ thống màu tự động thích nghi .....                                 | 98  |
| Biên dịch Beamer .....                                                | 98  |
| Thêm đề mới vào Beamer .....                                          | 99  |
| Tham số <code>sang-beamer-theme</code> .....                          | 99  |
| Navigation dots — nút nhảy câu .....                                  | 99  |
| Hàm câu hỏi trong Beamer .....                                        | 100 |

## Cấu trúc file đề thi chuẩn

Mỗi file đề thi cần có đúng thứ tự:

```
// ① Một import duy nhất từ Typst Universe
#import "@preview/sang-math:1.0.0": *

// ② Theme + profile: dethi | loigiai | compact | draft | beamer
#let preset = exam-preset(theme: "teal-pro", profile: "dethi")

// ③ Tạo bốn macro câu hỏi đã nhận màu và profile
#let (tn, ds, tln, tl) = exam-mode(..preset.question)

// ④ Áp show rules chung
#show: sang-setup.with(math-color: preset.accent)

// ⑤ Áp giao diện đề thi
#show: exam-theme.with(
  ..preset.template,
  theme: preset.theme,
  department: "SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO",
  school: "TRƯỜNG THPT ...",
  exam-title: "KỶ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT",
  subject: "TOÁN 12",
  duration: "90 phút",
  code: "101",
)

// ⑥ Phân thi
#exam-part([PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều phương án], count: 12)

// ⑦ Các câu hỏi...
#tn(...) #ds(...) #tln(...) #tl(...)
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TỈNH ...

KỲ THI THỬ ...

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút

Mã đề: 001

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều phương án

(12 câu)

Câu 1. Hàm số  $y = x^3 - 3x$  nghịch biến trên khoảng nào?

A.  $(-\infty; -1)$

B.  $(-1; 1)$

C.  $(1; +\infty)$

D.  $\mathbb{R}$

Năm profile chính thức

| profile   | Hiển thị                    | Dùng khi              |
|-----------|-----------------------------|-----------------------|
| "dethi"   | Câu hỏi thuần, không đáp án | In đề cho học sinh    |
| "loigiai" | Câu hỏi, đáp án và lời giải | Sách giải / chữa bài  |
| "compact" | Bố cục gọn, hỗ trợ hai cột  | Đề cần tiết kiệm giấy |
| "draft"   | Hiện vùng nháp              | Phiếu làm bài         |
| "beamer"  | Cấu hình câu hỏi cho slide  | Trình chiếu           |

**Lưu ý** Chỉ đổi profile: "dethi" thành profile: "loigiai" rồi biên dịch lại; nội dung câu hỏi giữ nguyên.

18 theme đề — cùng code, khác kết quả

Đoạn sau là mẫu tối thiểu để thử một theme. Sách render đủ 18 theme ngay bên dưới bằng cùng một câu hỏi.

```

#let p = exam-preset(theme: "navy-gold", profile: "dethi")
#let q = exam-mode(.p.question)
#(q.tn)(
  [Nghiem của  $x^2-5x+6=0$  là],
  ([ $x=1,6$ ], True([ $x=2,3$ ]), [ $x=-2,-3$ ], [ $x=0,5$ ]),
)
    
```

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

THEME · classic

**Câu 2.** Nghiệm của  $x^2 - 5x + 6 = 0$  là

- A.  $x = 1, 6$       B.  $x = 2, 3$       C.  $x = -2, -3$       D.  $x = 0, 5$

THEME · ocean

**Câu 3.** Nghiệm của  $x^2 - 5x + 6 = 0$  là

- A.  $x = 1, 6$       B.  $x = 2, 3$       C.  $x = -2, -3$       D.  $x = 0, 5$

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

THEME · emerald

**Câu 4.** Nghiệm của  $x^2 - 5x + 6 = 0$  là

- A.  $x = 1, 6$       B.  $x = 2, 3$       C.  $x = -2, -3$       D.  $x = 0, 5$

THEME · royal

**Câu 5.** Nghiệm của  $x^2 - 5x + 6 = 0$  là

- A.  $x = 1, 6$       B.  $x = 2, 3$       C.  $x = -2, -3$       D.  $x = 0, 5$

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

THEME · violet

**Câu 6.** Nghiệm của  $x^2 - 5x + 6 = 0$  là

- A.  $x = 1, 6$       B.  $x = 2, 3$       C.  $x = -2, -3$       D.  $x = 0, 5$

THEME · crimson

**Câu 7.** Nghiệm của  $x^2 - 5x + 6 = 0$  là

- A.  $x = 1, 6$       B.  $x = 2, 3$       C.  $x = -2, -3$       D.  $x = 0, 5$

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

THEME · graphite

**Câu 8.** Nghiệm của  $x^2 - 5x + 6 = 0$  là

- A.  $x = 1, 6$       B.  $x = 2, 3$       C.  $x = -2, -3$       D.  $x = 0, 5$

THEME · amber

**Câu 9.** Nghiệm của  $x^2 - 5x + 6 = 0$  là

- A.  $x = 1, 6$       B.  $x = 2, 3$       C.  $x = -2, -3$       D.  $x = 0, 5$

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

THEME · teal-pro

**Câu 10.** Nghiệm của  $x^2 - 5x + 6 = 0$  là

- A.  $x = 1, 6$       B.  $x = 2, 3$       C.  $x = -2, -3$       D.  $x = 0, 5$

THEME · sky

**Câu 11.** Nghiệm của  $x^2 - 5x + 6 = 0$  là

- A.  $x = 1, 6$       B.  $x = 2, 3$       C.  $x = -2, -3$       D.  $x = 0, 5$

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

THEME · indigo-minimal

**Câu 12.** Nghiệm của  $x^2 - 5x + 6 = 0$  là

- A.  $x = 1, 6$       B.  $x = 2, 3$       C.  $x = -2, -3$       D.  $x = 0, 5$

THEME · print-economy

**Câu 13.** Nghiệm của  $x^2 - 5x + 6 = 0$  là

- A.  $x = 1, 6$       B.  $x = 2, 3$       C.  $x = -2, -3$       D.  $x = 0, 5$

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

THEME · aurora

**Câu 14.** Nghiệm của  $x^2 - 5x + 6 = 0$  là

- A.  $x = 1, 6$       B.  $x = 2, 3$       C.  $x = -2, -3$       D.  $x = 0, 5$

THEME · lotus

**Câu 15.** Nghiệm của  $x^2 - 5x + 6 = 0$  là

- A.  $x = 1, 6$       B.  $x = 2, 3$       C.  $x = -2, -3$       D.  $x = 0, 5$

## KẾT QUẢ HIỂN THỊ

THEME · navy-gold

**Câu 16.** Nghiệm của  $x^2 - 5x + 6 = 0$  là

- A.  $x = 1, 6$       B.  $x = 2, 3$       C.  $x = -2, -3$       D.  $x = 0, 5$

THEME · jade

**Câu 17.** Nghiệm của  $x^2 - 5x + 6 = 0$  là

- A.  $x = 1, 6$       B.  $x = 2, 3$       C.  $x = -2, -3$       D.  $x = 0, 5$

## KẾT QUẢ HIỂN THỊ

THEME · coral

**Câu 18.** Nghiệm của  $x^2 - 5x + 6 = 0$  là

- A.  $x = 1, 6$       B.  $x = 2, 3$       C.  $x = -2, -3$       D.  $x = 0, 5$

THEME · plum

**Câu 19.** Nghiệm của  $x^2 - 5x + 6 = 0$  là

- A.  $x = 1, 6$       B.  $x = 2, 3$       C.  $x = -2, -3$       D.  $x = 0, 5$

HDSD

## Câu trắc nghiệm nhiều phương án — #tn(...)

#tn là alias của #mcq. Tự động chọn số cột 1/2/4 tùy độ rộng của phương án.

### Cú pháp đầy đủ

```
#tn(
  [Nội dung đề bài],           // ① thân câu – bắt buộc
  (                             // ② tuple phương án – bắt buộc
    [$A$],
    True([$B$]),               // đánh dấu đáp án đúng
    [$C$],
    [$D$],
  ),
  loigiaiai: [Lời giải.],      // lời giải – hiện khi mode ≠ "dethi"
  fig: <hình vẽ>,              // hình vẽ bên cạnh / phía dưới đề bài
  fig-pos: "right",            // "right" | "left" | "center"
  fig-width: 35%,              // chiều rộng vùng hình
  cols: 0,                     // 0=tự động | 1 | 2 | 4 cột phương án
  lines: 0,                    // số dòng trống cho HS tự làm
  num: auto,                   // ép số câu thủ công nếu cần
  prefix: "Câu",               // nhãn trước số câu
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 20.** Nội dung đề bài

A. A                      B. B                      C. C                      D. D

**Lời giải.** Lời giải.

### Tham số chi tiết

**stem** bắt buộc content Thân câu hỏi. Có thể chứa văn bản, công thức, bảng, hình trong inline.

**options** bắt buộc tuple Bộ phương án. Phải là tuple (A, B, C, D). Phương án đúng bọc bằng True(...).

**loigiaiai** tùy chọn · mặc định: none content Lời giải đầy đủ. Hiện trong profile "loigiaiai". Có thể dùng #ppgiai, #luuy, #meo bên trong.

**fig** tùy chọn · mặc định: none canvas/content Hình vẽ. Thường là `cetz.canvas(...)` hoặc nội dung Typst bất kỳ.

**fig-pos** tùy chọn · mặc định: "right" string Vị trí hình: "right" = bên phải đề bài · "left" = bên trái · "center" = căn giữa phía dưới đề bài.

**fig-width:** tùy chọn · mặc định: 35% relative Chiều rộng vùng hình. Giảm xuống 25% nếu hình nhỏ, tăng lên 45% nếu hình phức tạp.

**cols:** tùy chọn · mặc định: 0 int Số cột phương án. 0 = tự động (khuyến dùng). Đặt 2 hoặc 4 để ép số cột.

**lines:** tùy chọn · mặc định: 0 int Số dòng kẻ trống. Dùng khi muốn HS viết thêm tính toán phía dưới.

**num:** tùy chọn · mặc định: auto int|auto Số thứ tự câu. Mặc định tự tăng; đặt thủ công khi cần nhảy số.

### Ví dụ 1 — câu đơn không hình

```
#tn(
  [Đạo hàm của hàm số '$f(x) = x^3 - 3x + 1$ tại $x = 2$ bằng],
  ([$3$], [$9$], True([$9$]), [$-3$]),
  loigiai: [
    '$f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f'(2) = 12 - 3 = 9$.',
  ],
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 21.** Đạo hàm của hàm số  $f(x) = x^3 - 3x + 1$  tại  $x = 2$  bằng

A. 3                      B. 6                      C. 9                      D. -3

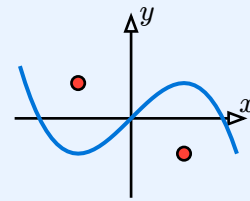
**Lời giải.**  $f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f'(2) = 12 - 3 = 9$ .

### Ví dụ 2 — câu có hình bên phải (phổ biến nhất)

```
#tn(
  [Đồ thị bên có bao nhiêu cực trị?],
  ([$0$], [$1$], True([$2$]), [$3$]),
  fig: cetz.canvas(length: 0.7cm, {
    import cetz.draw: *
    // ... vẽ đồ thị ở đây ...
  }),
  fig-pos: "right", // mặc định, có thể bỏ qua
  fig-width: 38%,
  loigiai: [Quan sát đồ thị: hàm có 2 cực trị.],
)
```

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 22.** Đồ thị bên có bao nhiêu cực trị?



- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

**Lời giải.** Quan sát đồ thị: hàm có 2 cực trị (1 cực đại, 1 cực tiểu).

### Ví dụ 3 — hình phía dưới đề bài (**fig-pos: "center"**)

```
#tn(
  [Hình dưới đây mô tả đồ thị hàm số nào?],
  ([ $y=x^2$ ], True([ $y=x^3$ ]), [ $y=1/x$ ], [ $y=\sqrt{x}$ ]),
  fig: cetz.canvas(...),
  fig-pos: "center", // ← hình xuất hiện DƯỚI đề bài, căn giữa
  fig-width: 60%,    // fig-width không dùng khi fig-pos="center"
)
```

**Mẹo** Dùng fig-pos: "center" khi hình to, chiếm nhiều chiều ngang; dùng "right" hoặc "left" khi hình nhỏ để tiết kiệm không gian.

### Ví dụ 4 — Tích phân (Trích ngân hàng Giải tích 12)

```
#tn(
  [Tính tích phân  $I = \int_0^{\pi/2} \cos x \, dx$ .],
  ([ $-1$ ], True([ $1$ ]), [ $0$ ], [ $\pi/2$ ]),
  loigiaiai: [
    Áp dụng Newton-Leibniz:
     $I = \int_0^{\pi/2} \cos x \, dx = \sin x \Big|_0^{\pi/2} = \sin(\pi/2) - \sin(0) = 1 - 0$ 
    = 1.
  ],
)
```

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 23.** Tính tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx$ .

- A.  $-1$                       B.  $1$                       C.  $0$                       D.  $\frac{\pi}{2}$

**Lời giải.** Áp dụng Newton–Leibniz:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin(0) = 1 - 0 = 1.$$

## Ví dụ 5 — Tùy biến hiển thị phương án (Số cột & Khoanh tròn / Không khoanh tròn)

Hệ thống cung cấp các tham số để tùy biến cách hiển thị 4 phương án lựa chọn của câu hỏi trắc nghiệm #tn:

### 1. Số cột phương án (cols):

- cols: 0 (Mặc định): Hệ thống tự động tính toán độ dài các phương án để xếp vào 1, 2 hoặc 4 cột tối ưu nhất.
- cols: 1: Ép buộc xếp các phương án thẳng đứng thành 1 cột.
- cols: 2: Ép buộc chia các phương án thành 2 cột đều nhau.
- cols: 4: Ép buộc dàn các phương án thành 4 cột nằm ngang.

### 2. Kiểu nhãn lựa chọn (opt-style):

- opt-style: "plain" (Mặc định): Hiển thị nhãn thường kèm dấu chấm dạng A., B., C., D.
- opt-style: "circle" hoặc "circled": Tự động vẽ hình tròn bao quanh nhãn dạng Ⓐ, Ⓑ, Ⓒ, Ⓓ.

#### ◆ Mẫu 5.1 — Thiết lập khoanh tròn và ép 4 cột (opt-style: "circle", cols: 4)

```
#tn(
  [Nghiệm của phương trình  $\log_2 x = 3$  là:],
  ([ $x = 9$ ], [ $x = 6$ ], True([ $x = 8$ ]), [ $x = 5$ ]),
  opt-style: "circle",
  cols: 4,
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 24.** Nghiệm của phương trình  $\log_2 x = 3$  là:

Ⓐ  $x = 9$

Ⓑ  $x = 6$

Ⓒ  $x = 8$

Ⓓ  $x = 5$

#### ◆ Mẫu 5.2 — Thiết lập không khoanh tròn và ép 2 cột (opt-style: "plain", cols: 2)

```
#tn(
  [Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = -x^2 + 4x$  trên đoạn  $[0; 3]$  bằng:],
  ([3], True([4]), [0], [2]),
  opt-style: "plain",
  cols: 2,
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 25.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = -x^2 + 4x$  trên đoạn  $[0; 3]$  bằng:

A. 3

B. 4

C. 0

D. 2

#### ◆ Mẫu 5.3 — Ép buộc hiển thị 1 cột đứng (cols: 1)

```
#tn(
  [Phát biểu nào sau đây là sai khi nói về thể tích khối đa diện?],
  (
    [Thể tích khối lăng trụ bằng diện tích đáy nhân chiều cao.],
    [Thể tích khối chóp bằng một phần ba diện tích đáy nhân chiều cao.],
  )
)
```

```
True([Thể tích khối hộp chữ nhật bằng tổng độ dài ba kích thước.]),
[Thể tích của hai khối đa diện bằng nhau nếu chúng bằng nhau.]
),
cols: 1,
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 26.** Phát biểu nào sau đây là sai khi nói về thể tích khối đa diện?

- A. Thể tích khối lăng trụ bằng diện tích đáy nhân chiều cao.
- B. Thể tích khối chóp bằng một phần ba diện tích đáy nhân chiều cao.
- C. Thể tích khối hộp chữ nhật bằng tổng độ dài ba kích thước.
- D. Thể tích của hai khối đa diện bằng nhau nếu chúng bằng nhau.

### Ví dụ 6 — Trắc nghiệm 4 phương án là 4 hình vẽ (opt-fig)

Khi phương án trả lời là các hình vẽ lớn, bạn cần sử dụng `opt-fig: true` và `cols: 2` (hoặc 4) để các hình vẽ được tự động dàn trang vào lưới ảnh đẹp mắt mà không bị vỡ bố cục inline thông thường.

```
#tn(
[Đồ thị nào sau đây biểu diễn hàm số  $y = x^3 - 3x$ ?],
(
cetz.canvas(length: 0.5cm, { import cetz.draw: *; circle((0,0), radius: 1) }),
True(cetz.canvas(length: 0.5cm, { import cetz.draw: *; rect((0,0), (1,1)) })),
cetz.canvas(length: 0.5cm, { import cetz.draw: *; line((0,0), (1,1)) }),
cetz.canvas(length: 0.5cm, { import cetz.draw: *; circle((0,0), radius: 0.5) })
),
opt-fig: true,
cols: 2,
loigiaiai: [Đây là ví dụ minh họa, phương án đúng được khoanh đỏ.]
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 27.** Đồ thị nào sau đây biểu diễn hàm số  $y = x^3 - 3x$ ?

A.



B.



C.



D.



**Lời giải.** Mỗi phương án là một hình vẽ (sử dụng `cetz.canvas`). `opt-fig: true` giúp dàn trang đều.

## Ví dụ 7 — Câu hỏi kèm dòng kẻ nháp tự vẽ (lines)

Dùng `lines`: 4 để tạo ra 4 dòng kẻ chấm chấm cho học sinh tự điền nháp (chỉ xuất hiện ở chế độ dethi).

```
#tn(
  [Giải phương trình  $2x - 4 = 0$ .],
  ([$x = 1$], True([$x = 2$]), [$x = 3$], [$x = 4$]),
  lines: 4,
)
```

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 28.** Giải phương trình  $2x - 4 = 0$ .

A.  $x = 1$

B.  $x = 2$

C.  $x = 3$

D.  $x = 4$

---

---

---

---

## Ví dụ 8 — Đồ thị hàm số trùng phương bậc 4 (Trích đề thi thực tế)

Ví dụ dưới đây thể hiện cách vẽ hệ trục tọa độ *Oxy*, các nét đứt cực trị và đường cong đồ thị mịn bằng cách chạy vòng lặp trong `cetz.canvas`, sau đó đặt vào tham số `fig` của `#tn` với vị trí bên phải (`fig-pos`: "right").

```
#tn(
  dir: "doc", lines: 0,
  fig: canvas(length: 1cm, {
    import draw: *
    // Vẽ hệ trục tọa độ
    line((-2.2, 0), (2.2, 0), mark: (end: ">"), stroke: 0.5pt)
    content((2.2, 0), $x$, anchor: "north", padding: 2pt)
    line((0, -0.5), (0, 2.5), mark: (end: ">"), stroke: 0.5pt)
    content((0, 2.5), $y$, anchor: "west", padding: 2pt)
    content((0.15, -0.15), $0$)

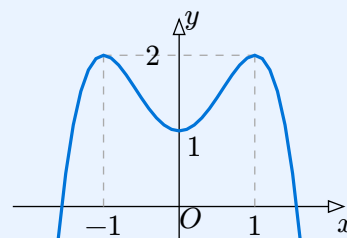
    // Đường nét đứt cực trị
    line((-1, 0), (-1, 2), stroke: (dash: "dashed", paint: gray, thickness: 0.5pt))
    line((1, 0), (1, 2), stroke: (dash: "dashed", paint: gray, thickness: 0.5pt))
    line((-1, 2), (1, 2), stroke: (dash: "dashed", paint: gray, thickness: 0.5pt))

    // Nhãn trục
    content((-1, -0.25), $-1$)
    content((1, -0.25), $1$)
    content((-0.25, 2.0), $2$, anchor: "east")
    content((0.2, 0.8), $1$)
```

```
// Đồ thị  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ 
let pts = ()
for i in range(-16, 17) {
  let x = i / 10
  let y = -calc.pow(x, 4) + 2 * calc.pow(x, 2) + 1
  pts.push((x, y))
}
line(..pts, stroke: 1.2pt + blue)
}),
fig-pos: "right",
fig-width: 32%,
[Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong hình bên dưới. Hàm số đã cho nghịch
biến trên khoảng nào dưới đây?],
(
  [(-1; 1)],
  True([ (1; +∞) ]),
  [(0; 1)],
  [(-1; +∞)]
),
loigiaiai: [
  #step[Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy trên các khoảng  $(-1; 0)$  và  $(1; +∞)$  đồ thị
có hướng đi xuống từ trái sang phải. Do đó, hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-1; 0)$ 
và  $(1; +∞)$ .]
  #step[Kết luận: Chọn đáp án B.]
  #resetstep()
]
```

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 29.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong hình bên dưới. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.  $(-1; 1)$       B.  $(1; +∞)$       C.  $(0; 1)$       D.  $(-1; +∞)$

**Lời giải.** Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy trên các khoảng  $(-1; 0)$  và  $(1; +∞)$  đồ thị có hướng đi xuống từ trái sang phải. Do đó, hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-1; 0)$  và  $(1; +∞)$ .

Kết luận: Chọn đáp án B.

HDSD

## Câu Đúng-Sai — #ds(...)

Câu hỏi gồm một thân chung và 4 phát biểu a/b/c/d, học sinh chọn Đúng/Sai cho từng phát biểu.

### Cú pháp đầy đủ

```
#ds(
  [Thân câu chung – nêu tình huống / bài toán / định nghĩa],
  (
    [Phát biểu a – SAI],
    True([Phát biểu b – ĐÚNG]),
    True([Phát biểu c – ĐÚNG]),
    [Phát biểu d – SAI],
  ),
  loigiaiai: [Phân tích từng ý.],
  fig: none,
  fig-pos: "right",
  fig-width: 30%,
  lines: 0,
  num: auto,
  prefix: "Câu",
  boxed: false,
)
```

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 30.** Thân câu chung — nêu tình huống / bài toán / định nghĩa

| Phát biểu             | Đ                                   | S                                   |
|-----------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) Phát biểu a — SAI  | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| b) Phát biểu b — ĐÚNG | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| c) Phát biểu c — ĐÚNG | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| d) Phát biểu d — SAI  | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |

**Lời giải.** Phân tích từng ý.

### Tham số chi tiết

**stem** **bắt buộc** content Thân câu dùng chung cho tất cả phát biểu. Thường nêu bối cảnh, bài toán, hoặc cho đồ thị/bảng số liệu.

**statements** bắt buộc tuple Tuple gồm 4 phát biểu. Phát biểu **đúng** bọc bằng `True(...)`, phát biểu **sai** để nguyên `[...]`.

**loigiaiai:** tùy chọn · mặc định: `none` content Lời giải phân tích từng phát biểu. Nên dùng danh sách - \*Ý a) Đúng/Sai.\* ... để rõ ràng.

**fig:** tùy chọn · mặc định: `none` canvas/content Hình vẽ. Đặt bên cạnh thân câu hoặc phía dưới. Giống `#tn`.

**fig-pos:** tùy chọn · mặc định: `"right"` string Vị trí hình: `"right" | "left" | "center"`.

**fig-width:** tùy chọn · mặc định: `30%` relative Chiều rộng vùng hình.

## Ví dụ — câu Đúng–Sai có phân tích

```
#ds(
  [Cho  $f(x) = x^2 - 2x + 3$  trên  $[-1; 3]$ . Xét tính đúng/sai:],
  (
    [Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 1$ .],
    True([Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn là  $2$ .]),
    [Hàm số nghịch biến trên  $(1; 3)$ .],
    True([Phương trình  $f(x) = 3$  có nghiệm trên  $[-1; 3]$ .]),
  ),
  loigiaiai: [
    - *Ý a) Đúng.*  $f'(x) = 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1$ ,  $f''(1) = 2 > 0 \rightarrow$  cực tiểu.
    - *Ý b) Đúng.*  $f(1) = 1 - 2 + 3 = 2$ .
    - *Ý c) Sai.* Hàm đồng biến trên  $(1; 3)$  vì  $f'(x) > 0$  ở đó.
    - *Ý d) Đúng.*  $f(0) = 3$  là nghiệm.
  ],
)
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 31.** Cho  $f(x) = x^2 - 2x + 3$  trên  $[-1; 3]$ . Xét tính đúng/sai:

| Phát biểu                                             | Đ                                   | S                                   |
|-------------------------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ .                  | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn là 2.        | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| c) Hàm số nghịch biến trên $(1; 3)$ .                 | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| d) Phương trình $f(x) = 3$ có nghiệm trên $[-1; 3]$ . | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |

**Lời giải.**

- Ý a) **Đúng.**  $f'(x) = 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1, f''(1) = 2 > 0 \rightarrow$  cực tiểu tại  $x = 1$ .
- Ý b) **Đúng.**  $f_{\min} = f(1) = 1 - 2 + 3 = 2$ .
- Ý c) **Sai.** Hàm đồng biến trên  $(1; 3)$  vì  $f'(x) > 0$  ở đó.
- Ý d) **Đúng.**  $f(0) = 3 \rightarrow x = 0$  là nghiệm trên  $[-1; 3]$ .

**Ví dụ 3 — Đúng-Sai dạng Danh sách không bảng (ds-style: "list")**

Mặc định, câu Đúng-Sai được hiển thị dưới dạng bảng có các cột Đ/S để học sinh đánh dấu tick. Nếu bạn muốn hiển thị dạng danh sách trơn (ví dụ trong đề thi tự luận có pha trắc nghiệm, hoặc dùng cho mục đích khác), sử dụng tham số `ds-style: "list"`.

```
#ds(
  [Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau về phương trình  $x^2 - 4 = 0$ :],
  (
    [Phương trình vô nghiệm trên  $\mathbb{R}$ .],
    True([Phương trình có hai nghiệm phân biệt.]),
    True([Tổng hai nghiệm bằng  $0$ .]),
    [Nghiệm lớn nhất là  $x = 4$ .],
  ),
  ds-style: "list",
)
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 32.** Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau về phương trình  $x^2 - 4 = 0$ :

| Phát biểu                                     | Đ                        | S                        |
|-----------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| a) Phương trình vô nghiệm trên $\mathbb{R}$ . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt.      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| c) Tổng hai nghiệm bằng 0.                    | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| d) Nghiệm lớn nhất là $x = 4$ .               | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 33.** (Chế độ lời giải sẽ hiện [ĐÚNG]/[SAI]) Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau về phương trình  $x^2 - 4 = 0$ :

| Phát biểu                                     | Đ                                   | S                                   |
|-----------------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) Phương trình vô nghiệm trên $\mathbb{R}$ . | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt.      | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| c) Tổng hai nghiệm bằng 0.                    | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| d) Nghiệm lớn nhất là $x = 4$ .               | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |

Ví dụ 4 — Câu hỏi trắc nghiệm Đúng - Sai tích phân (Trích đề thi thực tế)

Ví dụ thực tế dưới đây trích từ cuốn sách của bạn, hướng dẫn cách sử dụng cấu trúc `#ds` dạng bảng lưới mặc định để tạo câu hỏi trắc nghiệm Đúng - Sai.

```

#ds(
  [Cho hàm số '$f(x)$' liên tục trên đoạn '$[-1, 3]$' và thỏa mãn '$\int_{-1}^1 f(x) \, dx = 4$', '$\int_1^3 f(x) \, dx = 6$'. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:],
  (
    True([Tích phân '$\int_{-1}^3 f(x) \, dx$' có giá trị bằng '$10$'.]),
    [Tích phân '$\int_{-1}^3 f(x) \, dx$' có giá trị bằng '$6$'.],
    True([Tích phân '$\int_{-1}^1 3 f(x) \, dx$' có giá trị bằng '$12$'.]),
    True([Tích phân '$\int_{-1}^3 [f(x) - 2x] \, dx$' có giá trị bằng '$2$'.]),
  ),
  loigiai: [
    - a) *Đúng*. Theo tính chất cộng khoảng: '$\int_{-1}^3 f(x) \, dx = \int_{-1}^1 f(x) \, dx + \int_1^3 f(x) \, dx = 4 + 6 = 10$'.
    - b) *Sai*. Theo tính chất đổi cận: '$\int_{-1}^3 f(x) \, dx = -\int_3^{-1} f(x) \, dx$'
  ]
)
    
```

= -6\$.

- c) **\*Đúng\***. Theo tính chất hằng số:  $\int_{-1}^3 f(x) dx = 3 \int_{-1}^1 f(x) dx = 3(4) = 12$ .

- d) **\*Đúng\***. Ta có:  $\int_{-1}^3 [f(x) - 2x] dx = \int_{-1}^3 f(x) dx - \int_{-1}^3 2x dx = 10 - [x^2]_{-1}^3 = 10 - (9 - 1) = 2$ .

]

)

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 34.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1, 3]$  và thỏa mãn  $\int_{-1}^1 f(x) dx = 4$ ,  $\int_1^3 f(x) dx = 6$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

| Phát biểu                                                    | Đ                                   | S                                   |
|--------------------------------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a) Tích phân $\int_{-1}^3 f(x) dx$ có giá trị bằng 10.       | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| b) Tích phân $\int_3^1 f(x) dx$ có giá trị bằng 6.           | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| c) Tích phân $\int_{-1}^1 3f(x) dx$ có giá trị bằng 12.      | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| d) Tích phân $\int_{-1}^3 [f(x) - 2x] dx$ có giá trị bằng 2. | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |

### Lời giải.

- a) **Đúng**. Theo tính chất cộng khoảng:  $\int_{-1}^3 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 4 + 6 = 10$ .
- b) **Sai**. Theo tính chất đổi cận:  $\int_3^1 f(x) dx = -\int_1^3 f(x) dx = -6$ .
- c) **Đúng**. Theo tính chất hằng số:  $\int_{-1}^1 3f(x) dx = 3 \int_{-1}^1 f(x) dx = 3(4) = 12$ .
- d) **Đúng**. Ta có:  $\int_{-1}^3 [f(x) - 2x] dx = \int_{-1}^3 f(x) dx - \int_{-1}^3 2x dx = 10 - [x^2]_{-1}^3 = 10 - (9 - 1) = 2$ .

## Câu trả lời ngắn — #tln(...)

Học sinh điền vào 4 ô trống (chế độ đề thi) hoặc xem đáp án hiển thị (chế độ lời giải).

### Cú pháp đầy đủ

```
#tln(  
  [Nội dung đề bài],           // ① thân câu – bắt buộc  
  [$6$],                       // ② đáp án – bắt buộc  
  loigiai: [Lời giải.],        // lời giải  
  fig: <hình vẽ>,              // hình vẽ (cùng cú pháp tn/ds)  
  fig-pos: "right",            // "right" | "left" | "center"  
  fig-width: 30%,  
  show-boxes: true,            // hiện 4 ô trống khi mode="dethi"  
  lines: 0,                    // số dòng kẻ nếu cần ch~tính  
  box-count: 4,                // số ô trống (mặc định 4)  
  num: auto,  
  prefix: "Câu",  
  boxed: false,  
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 35.** Nội dung đề bài

Đáp số:

**Lời giải.** Lời giải.

### Vị trí hình trong #tln

Hình vẽ trong #tln hoạt động giống hệt #tn:

| fig-pos            | Kết quả                                                                               |
|--------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| "right" (mặc định) | Hình ở <b>cột phải</b> , đề bài ở cột trái. 4 ô trống + đáp án nằm dưới đề bài.       |
| "left"             | Hình ở <b>cột trái</b> , đề bài ở cột phải.                                           |
| "center"           | Đề bài trước, hình xuất hiện <b>căn giữa phía dưới</b> đề bài, rồi mới đến 4 ô trống. |

### Tham số chi tiết

**stem** bắt buộc content Thân câu hỏi.

**answer** bắt buộc content Đáp án đúng. Hiển thị trong ô màu xanh khi mode  $\neq$  "dethi". Thường là biểu thức toán [\$6\$] hoặc văn bản [Vô số nghiệm].

**loigiaiai**: tùy chọn · mặc định: none content Lời giải. Hiện phía dưới đáp án trong profile loigiaiai.

**fig**: tùy chọn · mặc định: none canvas/content Hình vẽ. Vị trí xác định bởi fig-pos.

**show-boxes**: tùy chọn · mặc định: true bool Hiện 4 ô trống trong chế độ đề thi. Đặt false nếu không cần ô trống (ví dụ câu điền chữ).

**box-count**: tùy chọn · mặc định: 4 int Số ô trống. Thay đổi nếu đáp án có nhiều ký tự hơn.

**lines**: tùy chọn · mặc định: 0 int Số dòng kẻ ngang để HS tính toán. Hữu ích cho câu trả lời ngắn dạng chứng minh ngắn.

### Ví dụ 1 — câu trả lời ngắn đơn giản

```
#tln(
  [Giải phương trình  $2x - 5 = 7$ , tìm  $x$ .],
  [$6$],
  loigiaiai: [
     $2x = 7 + 5 = 12 \Rightarrow x = 6$ .
  ],
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 36.** Giải phương trình  $2x - 5 = 7$ , tìm  $x$ .

Đáp số: 6

**Lời giải.**  $2x = 7 + 5 = 12 \Rightarrow x = 6$ .

### Ví dụ 2 — câu trả lời ngắn có hình bên phải

```
#tln(
  [Hình bên là đồ thị hàm số  $y = f(x)$ . Tìm số điểm cực trị.],
  [$2$],
  fig: cetz.canvas(length: 0.6cm, {
    import cetz.draw: *
    // ... vẽ đồ thị ...
  }),
  fig-pos: "right", // hình bên PHẢI đề bài
  fig-width: 35%,
  loigiaiai: [Đồ thị có 1 cực đại và 1 cực tiểu  $\rightarrow$  2 cực trị.],
)
```

**Lưu ý** Hình (fig:) luôn đi kèm với **thân câu** (stem), không đi kèm đáp án. 4 ô trống/đáp án luôn nằm dưới stem+hình.

### Ví dụ 3 — hình phía dưới, có dòng trống tính

```
#tln(
  [Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = x^2$  và  $y = x+2$ .
   (Đơn vị: đơn vị diện tích)],
  [$9/2$],
  fig: cetz.canvas(...),
  fig-pos: "center", // hình DƯỚI đề`bài, căn giữa
  lines: 3, // 3 dòng kẻ đề`tính toán
  loigiaii: [
    Giao điểm:  $x^2 = x+2 \Leftrightarrow x = -1; 2$ .
     $S = \int_{-1}^2 (x+2-x^2) dx = 9/2$ .
  ],
)
```

### Ví dụ 4 — Bài toán thực tế (Trích ngân hàng Giải tích 12)

```
#tln(
  [Một nghệ nhân chế`tác đôn đồng dạng khối tròn xoay, cao  $40 \text{ cm}$ , đường kính trên-
   dưới  $30 \text{ cm}$ , eo nhỏ nhất  $24 \text{ cm}$ , mặt cắt qua trục là hai parabol đối xứng. Khối
   lượng riêng đồng  $8960 \text{ kg/m}^3$ , giá  $220 \text{ nghìn đồng/kg}$ , gia công  $10 \text{ triệu}$ .
   Tổng chi phí (triệu đồng, làm tròn đến hàng phần mười)?],
  [$52,1$],
  loigiaii: [
    Đường sinh parabol:  $x = \frac{3}{400}y^2 + 12$ ,  $y \in [-20; 20]$ .
     $V = 2\pi \int_0^{20} \left(\frac{3}{400}y^2 + 12\right)^2 dy = 6792\pi \text{ cm}^3$ .
     $m = 8960 \times 6792\pi \times 10^{-6} \approx 191.45 \text{ kg}$ .
    Chi phí =  $191.45 \times 220 \times 10^{-3} + 10 \approx 52.1 \text{ triệu}$ .
  ],
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 37.** Một nghệ nhân chế tác đôn đồng dạng khối tròn xoay, cao  $40 \text{ cm}$ , đường kính trên-dưới  $30 \text{ cm}$ , eo nhỏ nhất  $24 \text{ cm}$ , mặt cắt qua trục là hai parabol đối xứng. Khối lượng riêng đồng  $8960 \text{ kg/m}^3$ , giá  $220 \text{ nghìn đồng/kg}$ , gia công  $10 \text{ triệu}$ . Tổng chi phí (triệu đồng, làm tròn đến hàng phần mười)?

Đáp số: 52,1

**Lời giải.** Đường sinh parabol:  $x = \frac{3}{400}y^2 + 12$ ,  $y \in [-20; 20]$ .  
 $V = 2\pi \int_0^{20} \left(\frac{3}{400}y^2 + 12\right)^2 dy = 6792\pi \text{ cm}^3$ .  $m = 8960 \times 6792\pi \times 10^{-6} \approx 191.45 \text{ kg}$ . Chi  
 phí =  $191.45 \times 220 \times 10^{-3} + 10 \approx 52.1 \text{ triệu}$ .

HDSD

## Câu tự luận — #tl(...)

### Cú pháp đầy đủ

```
#tl(  
  [Nội dung đề bài tự luận],    // ① thân câu – bắt buộc  
  loigiai: [Lời giải mẫu.],      // lời giải – hiện khi mode ≠ "dethi"  
  fig: <hình vẽ>,               // hình vẽ  
  fig-pos: "right",              // vị trí hình vẽ  
  fig-width: 30%,                // độ rộng hình vẽ  
  lines: 6,                      // dòng kẻ trống – mặc định 6  
  num: auto,                    // số dòng kẻ trống  
  prefix: "Câu",                 // tiền tố  
  boxed: false,                  // có khung  
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 38.** Nội dung đề bài tự luận

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Lời giải.** Lời giải mẫu.

### Tham số chi tiết

**stem** bắt buộc content Nội dung đề bài. Thường dài, có thể gồm nhiều phần a/b/c.

**loigiai** tùy chọn · mặc định: none content Lời giải mẫu. Chỉ hiện khi mode ≠ "dethi".

**lines** tùy chọn · mặc định: 6 int Số dòng kẻ trống. Đặt 0 để không có dòng kẻ (dùng khi in để không cần chỗ viết).

**fig** tùy chọn · mặc định: none canvas/content Hình vẽ minh họa bài toán.

## Ví dụ — câu tự luận có lời giải từng bước dùng #step

```
#tl(
[Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ .
a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị.
b) Tìm  $m$  để phương trình  $f(x) = m$  có 3 nghiệm phân biệt.],
lines: 8,
loigiaiai: [
#ppgiai[Dùng BBT để trả lời cả hai phần.]
#step[Tính  $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$ . Cho  $f'(x)=0 \Rightarrow x=0$  hoặc  $x=2$ .]
#step[Lập bảng biến thiên: cực đại tại  $x=0$ :  $f(0)=4$ ; cực tiểu tại  $x=2$ :  $f(2)=0$ .]
#step[Câu b:  $f(x)=m$  có 3 nghiệm phân biệt khi  $0 < m < 4$ .]
#reset-step()
],
)
```

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 39.** Cho  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ . Tìm cực trị và khoảng  $m$  để  $f(x) = m$  có 3 nghiệm.

#### Lời giải.

##### 💡 Phương pháp giải

Dùng đạo hàm và BBT.

**Bước 1.**  $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2) = 0 \Rightarrow x = 0$  hoặc  $x = 2$ .

**Bước 2.** Cực đại:  $f(0) = 4$ . Cực tiểu:  $f(2) = 0$ .

**Bước 3.** Phương trình  $f(x) = m$  có 3 nghiệm phân biệt khi  $0 < m < 4$ .

## Ví dụ 2 — Bài toán tối ưu thực tế có hình vẽ và bảng cực trị (Trích đề thi thực tế)

Ví dụ nâng cao này hướng dẫn cách kết hợp câu hỏi tự luận #tl có hình vẽ minh họa bên phải bằng canvas, lời giải từng bước #step, và bảng biến thiên tối ưu #bbt-opt đã được export từ package.

```
#tl(
fig: canvas(length: 0.9cm, {
import draw: *
// Vẽ bức tường
line((0, 0), (0, 4), stroke: 2pt + rgb("555555"))
for i in range(1, 9) {
line((0, i * 0.5 - 0.2), (-0.4, i * 0.5 - 0.6), stroke: 0.5pt + rgb("555555"))
}
content((-0.8, 2), [*Bức tường*], angle: 90deg)

// Vẽ hàng rào
line((0, 3.5), (3, 3.5), (3, 0.5), (0, 0.5), stroke: 1.5pt + blue)

// Nhấn kích thước
```

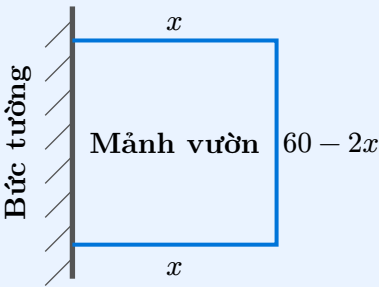
```

    content((1.5, 3.8), [$x$])
    content((1.5, 0.2), [$x$])
    content((3.8, 2), [$60 - 2x$])
    content((1.5, 2), [*Mảnh vườn*])
  }),
  fig-pos: "right",
  fig-width: 35%,
  [Một nhà vườn có $60$ m hàng rào để'quây một mảnh đất hình chữ nhật sát một bức tường
  thẳng dài (không cần rào phía tường). Hỏi phải bố'trị chiều dài, chiều rộng bao nhiêu để'
  diện tích mảnh vườn là lớn nhất?],
  loigiaiai: [
    #step[Gọi $x$ (m) là chiều dài của cạnh hàng rào vuông góc với bức tường ($0 < x <
    30$).]
    #step[Chiều dài cạnh song song với tường là $60 - 2x$ (m). Diện tích vườn là:
      $ S(x) = x(60 - 2x) = 60x - 2x^2 $]
    #step[Đạo hàm: $S'(x) = 60 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 15$.]
    #step[Bảng biến thiên tối ưu:]
    #align(center)[
      #bbt-opt(
        var: $x$, der: $S'$, func: $S$,
        x-vals: ($0$, $15$, $30$),
        d-signs: ($+$, $0$, $-$),
        v-vals: ($0$, $450$, $0$),
        is-min: false,
      )
    ]
    #step[Dựa vào bảng biến thiên, diện tích lớn nhất là $450$ m2 đạt được tại $x = 15$
    m.
      Chiều rộng là $15$ m, chiều dài là $30$ m.]
  ]
)

```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 40.** Một nhà vườn có 60 m hàng rào để quây một mảnh đất hình chữ nhật sát một bức tường thẳng dài (không cần rào phía tường). Hỏi phải bố trí chiều dài, chiều rộng bao nhiêu để diện tích mảnh vườn là lớn nhất?



---

---

---

---

---

---

---

---

- Lời giải.
- Bước 1.

Gọi  $x$  (m) là chiều dài của cạnh hàng rào vuông góc với bức tường ( $0 < x < 30$ ).
- Bước 2.

Chiều dài cạnh song song với tường là  $60 - 2x$  (m). Diện tích vườn là:
- Bước 3.

Đạo hàm:  $S'(x) = 60 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 15$ .
- Bước 4.

Bảng biến thiên tối ưu:

|      |                                                       |    |    |
|------|-------------------------------------------------------|----|----|
| $x$  | 0                                                     | 15 | 30 |
| $S'$ | +                                                     | 0  | −  |
| $S$  | <div> <div>0</div> <div>450</div> <div>0</div> </div> |    |    |

- Bước 5.

Dựa vào bảng biến thiên, diện tích lớn nhất là  $450\text{ m}^2$  đạt được tại  $x = 15$  m. Chiều rộng là 15 m, chiều dài là 30 m.

## Chèn hình vẽ — Tổng kết

### Ba vị trí có thể đặt hình

| fig-pos  | Mô tả                                                | Khuyến dùng khi         |
|----------|------------------------------------------------------|-------------------------|
| "right"  | Hình ở cột phải, đề bài ở cột trái — 2 cột cạnh nhau | Hình nhỏ-vừa, đề dài    |
| "left"   | Hình ở cột trái, đề bài ở cột phải — 2 cột cạnh nhau | Muốn hình nổi bật trước |
| "center" | Hình căn giữa phía dưới đề bài — 1 cột dọc           | Hình to, đề ngắn        |

### Nguồn hình vẽ hỗ trợ

```
// Cách 1: cetz canvas (phổ biến nhất)
fig: cetz.canvas(length: 1cm, {
  import cetz.draw: *
  circle((0,0), radius: 1.5)
  line((-2,0),(2,0), mark: (end: ">"))
  // ...
}),

// Cách 2: nội dung Typst thông thường
fig: image("../images/hinh-1.png", width: 100%),

// Cách 3: bảng số liệu hoặc content phức tạp
fig: table(columns: 3, [x], [0], [1], [y], [1], [3]),
```

**Lưu ý** fig-width chỉ có tác dụng khi fig-pos là "right" hoặc "left". Khi fig-pos: "center", hình chiếm toàn chiều ngang — dùng width bên trong canvas để thu nhỏ.

## 10 Ví dụ thực chiến về Chèn hình & Đồ họa CeTZ

Dưới đây là tuyển tập 10 ví dụ minh họa chi tiết về mọi tình huống chèn hình ảnh, bản vẽ đồ học CeTZ trong đề thi và lời giải:

### ♦ Ví dụ 1 — Hình vẽ bên phải trong câu hỏi (fig-pos: "right")

```
#tn(
  [Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là:],
  (True([$(1; -1)$]), [$(0; 1)$]), [$( -1; 3)$]), [$(2; 1)$]),
  fig: cetz.canvas(length: 0.5cm, {
    import cetz.draw: *
    line((-2, 0), (3, 0), mark: (end: ">"))
    line((0, -2), (0, 3), mark: (end: ">"))
    content((2.8, -0.4), $x$)
    content((-0.4, 2.8), $y$)
    content((-0.3, -0.3), $0$)
    bezier((-1.8, -1.5), (-1, 1), (-1.4, 0.5), stroke: 1.2pt + blue)
    bezier((-1, 1), (1, -1), (-0.2, 1), (0.2, -1), stroke: 1.2pt + blue)
```

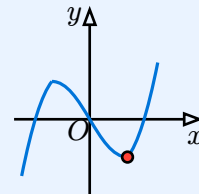
```

    bezier((1, -1), (1.8, 1.5), (1.4, -0.5), stroke: 1.2pt + blue)
    circle((1, -1), radius: 2pt, fill: red)
  }},
  fig-pos: "right",
  fig-width: 32%,
  loigiaiai: [Dựa vào đồ thị ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là  $(1; -1)$ . Chọn
đáp án A.]
)

```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 41.** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là:



A.  $(1; -1)$

B.  $(0; 1)$

C.  $(-1; 3)$

D.  $(2; 1)$

#### ◆ Ví dụ 2 — Hình vẽ bên trái trong câu hỏi (fig-pos: "left")

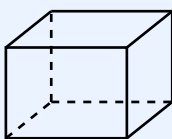
```

#tn(
  [Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  như hình bên. Khẳng định nào sau đây
đúng?],
  ([ $A B \parallel C' D'$ ], True([ $A D \parallel B' C'$ ]), [ $A A' \parallel C C'$ ], [ $B D \parallel B' D'$ ]),
  fig: cetz.canvas(length: 0.4cm, {
    import cetz.draw: *
    rect((0,0), (4,3), name: "front")
    let dx = 1.5; let dy = 1.2
    line((dx, dy+3), (dx+4, dy+3)) // top back
    line((dx+4, dy+3), (dx+4, dy)) // right back
    line((0,3), (dx, 3+dy))
    line((4,3), (4+dx, 3+dy))
    line((4,0), (4+dx, dy))

    // Nét đứt cho các cạnh khuất
    line((dx, dy), (4+dx, dy), stroke: (dash: "dashed"))
    line((dx, dy), (dx, 3+dy), stroke: (dash: "dashed"))
    line((0,0), (dx, dy), stroke: (dash: "dashed"))
  }},
  fig-pos: "left",
  fig-width: 30%,
  loigiaiai: [Ta có  $AD \parallel B C$  và  $BC \parallel B' C'$  nên  $AD \parallel B' C'$ . Chọn B.]
)

```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ



**Câu 42.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $AB \parallel C'D'$

B.  $AD \parallel B'C'$

C.  $AA' \parallel CC'$

D.  $BD \parallel B'D'$

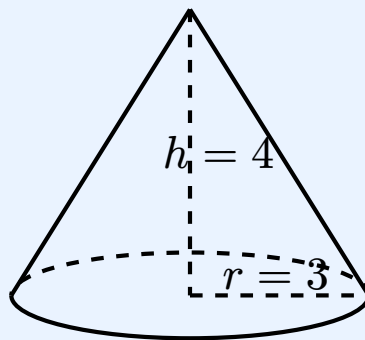
### ♦ Ví dụ 3 — Hình vẽ căn giữa dưới đề bài (`fig-pos: "center"`)

```
#tn(
  [Một hình nón có bán kính đáy  $r = 3$  và chiều cao  $h = 4$ . Tính diện tích xung quanh
  của hình nón đó.],
  [$15 pi$],
  fig: cetz.canvas(length: 0.6cm, {
    import cetz.draw: *
    // Vẽ đáy elip: nửa sau nét đứt, nửa trước nét liền
    arc((2.5, 0), start: 0deg, stop: 180deg, radius: (2.5, 0.6), stroke: (dash:
    "dashed"))
    arc((-2.5, 0), start: 180deg, stop: 360deg, radius: (2.5, 0.6))

    line((0,4), (0,0), stroke: (dash: "dashed"))
    line((0,0), (2.5,0), stroke: (dash: "dashed"))
    line((0,4), (-2.5,0))
    line((0,4), (2.5,0))
    content((0.4, 2), $h=4$)
    content((1.2, 0.3), $r=3$)
  }),
  fig-pos: "center",
  loigiai: [Đường sinh  $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ .
  Diện tích xung quanh:  $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15 \pi$ .]
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 43.** Một hình nón có bán kính đáy  $r = 3$  và chiều cao  $h = 4$ . Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.



Đáp số:

### ♦ Ví dụ 4 — Hình vẽ nằm trong Lời giải (`loigiai`) của câu hỏi

```
#tn(
  [Cho tam giác vuông tại  $A$  có  $AB = 3$  và  $AC = 4$ . Tính độ dài cạnh huyền  $BC$ .],
  [$5$], [$6$], True([$5$]), [$7$]],
  loigiai: [
    Ta vẽ hình minh họa tam giác vuông:
    #align(center)[
      #cetz.canvas(length: 0.6cm, {
        import cetz.draw: *
        line((0,0), (4,0), (0,3), (0,0), stroke: 1.2pt)
        content((-0.3, -0.3), $A$)
      })
    ]
  ]
)
```

```

    content((4.3, -0.3), $C$)
    content((-0.3, 3.3), $B$)
  })
]
Theo định lý Pythagore:  $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ .
Chọn đáp án C.
]
)

```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 44.** Cho tam giác vuông tại  $A$  có  $AB = 3$  và  $AC = 4$ . Tính độ dài cạnh huyền  $BC$ .

- A. 5                      B. 6                      C. 5                      D. 7

#### ♦ Ví dụ 5 — Câu hỏi có 4 phương án, mỗi phương án chứa 1 hình vẽ riêng

```

#tn(
[Đồ thị nào dưới đây biểu diễn một parabol đi qua gốc tọa độ?],
(
  cetz.canvas(length: 0.3cm, {
    import cetz.draw: *
    line((-2,0), (2,0), mark: (end: ">"))
    line((0,-2), (0,2), mark: (end: ">"))
    bezier((-1.5, -1.8), (1.5, 1.8), (-0.5, 1.8), (0.5, -1.8), stroke: 1pt + blue)
  }),
  cetz.canvas(length: 0.3cm, {
    import cetz.draw: *
    line((-2,0), (2,0), mark: (end: ">"))
    line((0,-2), (0,2), mark: (end: ">"))
    bezier((-1.5, 1.8), (1.5, -1.8), (-0.5, -1.8), (0.5, 1.8), stroke: 1pt + red)
  }),
  cetz.canvas(length: 0.3cm, {
    import cetz.draw: *
    line((-2,0), (2,0), mark: (end: ">"))
    line((0,-2), (0,2), mark: (end: ">"))
    bezier((-1.5, 1.8), (1.5, 1.8), (-0.5, -1.8), (0.5, -1.8), stroke: 1pt + green)
  }),
  True(cetz.canvas(length: 0.3cm, {
    import cetz.draw: *
    line((-2,0), (2,0), mark: (end: ">"))
    line((0,-2), (0,2), mark: (end: ">"))
    bezier((-1.5, 1.5), (0,0), (-0.8, -0.5), stroke: 1pt + blue)
    bezier((0,0), (1.5, 1.5), (0.8, -0.5), stroke: 1pt + blue)
  })),
),
opt-fig: true,
cols: 2,
loigiai: [Parabol đạt cực tiểu tại  $(0;0)$  đi qua gốc tọa độ. Chọn D.]
)

```

## KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 45.** Đồ thị nào dưới đây biểu diễn một parabol đi qua gốc tọa độ?

A.



B.



C.



D.



### ♦ Ví dụ 6 — Vẽ nhiều hình ngang nhau bằng dịch tọa độ thủ công trong 1 CeTZ

#tn(

[Cho hai đồ thị hàm số bậc nhất và bậc hai như hình bên. Phát biểu nào sau đây đúng?],  
 ([Cắt nhau tại 1 điểm], True([Cắt nhau tại 2 điểm]), [Không cắt nhau], [Song song  
 nhau]),

```
fig: cetz.canvas(length: 0.5cm, {
  import cetz.draw: *
```

```
// Hình bên trái (tâm tại x=0)
```

```
line((-2, 0), (2, 0), mark: (end: ">"))
```

```
line((0, -2), (0, 2), mark: (end: ">"))
```

```
line((-1.5, -1.5), (1.5, 1.5), stroke: 1pt + blue)
```

```
content((0, 2.3), $f(x)$)
```

```
// Hình bên phải (tâm tại x=5, cộng hoành độ cho tất cả các điểm vẽ)
```

```
line((3, 0), (7, 0), mark: (end: ">"))
```

```
line((5, -2), (5, 2), mark: (end: ">"))
```

```
bezier((3.5, 1.5), (5, 0), (4.2, -0.5), stroke: 1pt + red)
```

```
bezier((5, 0), (6.5, 1.5), (5.8, -0.5), stroke: 1pt + red)
```

```
content((5, 2.3), $g(x)$)
```

```
}),
```

```
fig-pos: "right",
```

```
fig-width: 45%,
```

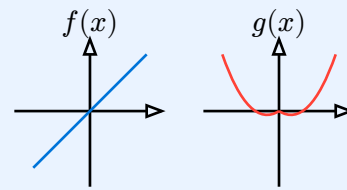
```
loigiaii: [Ta thấy đồ thị bậc nhất và đồ thị parabol cắt nhau tại 2 điểm phân biệt.
```

```
Chọn B.]
```

```
)
```

## KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 46.** Cho hai đồ thị hàm số bậc nhất và bậc hai như hình bên. Phát biểu nào sau đây đúng?



- A. Cắt nhau tại 1 điểm
- B. Cắt nhau tại 2 điểm
- C. Không cắt nhau
- D. Song song nhau

### ♦ Ví dụ 7 — Đặt hình vẽ trong câu hỏi Tự luận (#tl)

#tl(

[Cho hình lăng trụ đứng tam giác  $ABC$ .  $A'B'C'$  có đáy  $ABC$  vuông tại  $B$ . Hãy vẽ hình biểu diễn lăng trụ và tính khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(A'BC)$ .],

fig: cetz.canvas(length: 0.5cm, {

import cetz.draw: \*

line((0,0), (1,-1), (3,0)) // bottom front visible edges

line((0,0), (3,0), stroke: (dash: "dashed")) // bottom back hidden edge

line((0,0), (0,3))

line((3,0), (3,3))

line((1,-1), (1,2))

line((0,3), (3,3), (1,2), (0,3)) // top face

content((-0.3,0),  $A$ )

content((3.3,0),  $C$ )

content((1.2,-1.2),  $B$ )

content((-0.3,3.3),  $A'$ )

}),

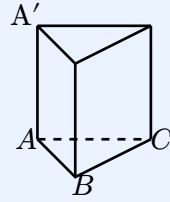
fig-pos: "right",

loigiaiai: [Dựng đường cao  $AH$  vuông góc với  $A'B$ . Khoảng cách chính bằng độ dài  $AH$ .]

)

## KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 47.** Cho hình lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  vuông tại  $B$ . Hãy vẽ hình biểu diễn lăng trụ và tính khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(A'BC)$ .



### ◆ Ví dụ 8 — Chèn hình ảnh dạng file ảnh (#image)

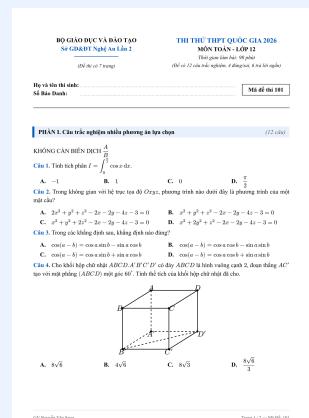
#tn(

```
[Đồ thị biểu diễn trên hình ảnh bên là hàm số nào dưới đây?],
([$y = 2^x$], True([$y = \ln x$]), [$y = x^2$], [$y = \sin x$]),
fig: image("images/de-01-1.png", width: 100%),
fig-pos: "right",
fig-width: 25%,
loigiaiai: [Quan sát đồ thị minh họa hình ảnh bên. Chọn B.]
```

)

## KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 48.** Đồ thị biểu diễn trên hình ảnh bên là hàm số nào dưới đây?



A.  $y = 2^x$

B.  $y = \ln x$

C.  $y = x^2$

D.  $y = \sin x$

### ◆ Ví dụ 9 — Vẽ đồ thị Parabol và hệ trục Oxy bằng CetZ

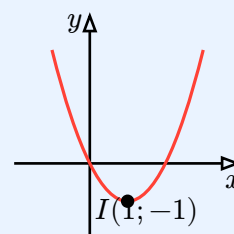
#tn(

```
[Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như parabol bên?],
(True([$y = x^2 - 2x$]), [$y = -x^2 + 2x$], [$y = x^2 + 2x$], [$y = -x^2 - 2x$]),
```

```
fig: cetz.canvas(length: 0.5cm, {
  import cetz.draw: *
  line((-2, 0), (4, 0), mark: (end: ">"))
  line((0, -2), (0, 4), mark: (end: ">"))
  content((3.8, -0.4), $x$)
  content((-0.4, 3.8), $y$)
  bezier((-1, 3), (1, -1), (0, -1), stroke: 1.2pt + red)
  bezier((1, -1), (3, 3), (2, -1), stroke: 1.2pt + red)
  circle((1, -1), radius: 2pt, fill: black)
  content((1.5, -1.3), $I(1;-1)$)
}),
fig-pos: "right",
fig-width: 32%,
loigiaiai: [Đồ thị là parabol bề lõm quay lên, đỉnh tại  $I(1; -1)$ . Chọn A.]
)
```

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 49.** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như parabol bên?



- A.  $y = x^2 - 2x$       B.  $y = -x^2 + 2x$       C.  $y = x^2 + 2x$       D.  $y = -x^2 - 2x$

### ♦ Ví dụ 10 — Vẽ hình chóp $S.ABC$ bằng CetZ

#tn(

[Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Góc giữa mặt bên  $SBC$  và đáy là góc nào?],

([Góc  $SBA$ ], True([Góc  $SBA$ ]), [Góc  $SCA$ ], [Góc  $SCB$ ]),

fig: cetz.canvas(length: 0.5cm, {

import cetz.draw: \*

let S = (1.5, 4)

let A = (0, 0)

let B = (1.5, -1)

let C = (3.5, 0.5)

line(S, A, stroke: 1pt)

line(S, B, stroke: 1pt)

line(S, C, stroke: 1pt)

line(A, B, stroke: 1pt)

line(B, C, stroke: 1pt)

line(A, C, stroke: (paint: black, thickness: 1pt, dash: "dashed"))

// Kí hiệu góc vuông 3D

line((1.25, -0.83), (1.49, -0.65), (1.74, -0.82), stroke: 0.5pt) // tại B

line((0, 0.3), (0.25, 0.13), (0.25, -0.17), stroke: 0.5pt) // SA perp AB

line((0, 0.3), (0.3, 0.34), (0.3, 0.04), stroke: 0.5pt) // SA perp AC

content((1.5, 4.3), \$S\$)

content((-0.3, 0), \$A\$)

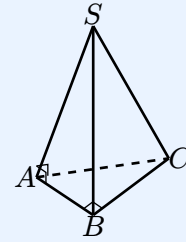
```

    content((1.5, -1.3), $B$)
    content((3.8, 0.5), $C$)
  }),
  fig-pos: "right",
  fig-width: 30%,
  loigiaiai: [Góc giữa  $(S B C)$  và đáy là góc  $S B A$  vì  $B C \perp A B$  và  $B C \perp S A$ . Chọn B.]
)

```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 50.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Góc giữa mặt bên  $SBC$  và đáy là góc nào?



A. Góc  $SBA$

B. Góc  $SBA$

C. Góc  $SCA$

D. Góc  $SBC$

HDSD

## Các hộp sơ phạm

Tất cả hộp dưới đây dùng được trong `loigiai`: của mọi loại câu hỏi.

### Nhóm hộp lời giải

#### Phương pháp giải

`#ppgiai[...]` — **Phương pháp giải** (xanh lá). Tóm tắt chiến lược trước khi trình bày chi tiết.

#### Lưu ý

`#luuy[...]` — **Lưu ý** (vàng cam). Bẫy thường gặp, điểm cần chú ý đặc biệt.

 **Mẹo nhanh** `#meo[...]` — **Mẹo** (tím). Cách làm nhanh, trick thi.

#### Nhận xét

`#nhanxet[...]` — **Nhận xét** (xám xanh). Bình luận học thuật, mở rộng kiến thức.

#### Lý thuyết

`#lythuyet[...]` — **Lý thuyết liên quan** (xanh dương). Công thức hoặc định lý cần nhớ.

### Nhóm hộp kiến thức

***Định nghĩa.*** `dn` — **Định nghĩa**. Phát biểu định nghĩa chính thức.

***Định lý.*** `dL` — **Định lý**. Phát biểu định lý, mệnh đề.

***Tính chất.*** `tc` — **Tính chất** / Hệ quả.

***Bổ đề.*** `bode` — **Bổ đề**. Kết quả trung gian.

## Macro `#step[...]` — tô màu từng bước lời giải

```
loigiaihai: [  
  #step[Đặt ẩn phụ  $t = e^x > 0$ , phương trình trở thành  $t^2 - 3t + 2 = 0$ .]  
  #step[Giải:  $t = 1$  hoặc  $t = 2$ .]  
  #step[Trả lại ẩn:  $e^x = 1 \Rightarrow x = 0$ ;  $e^x = 2 \Rightarrow x = \ln 2$ .]  
  #step(color: red)[Không quên điều kiện  $t > 0$ : cả hai nghiệm đều thỏa.]  
  #reset-step() // Reset bộ đếm trước câu tiếp theo  
]
```

- Bước tự đếm, tự chọn màu xoay qua 6 màu.
- `#reset-step()` để bộ đếm về 0 cho câu tiếp theo.
- `#step(color: red)[...]` để ép màu tùy ý.

## Biên soạn Đề thi chuẩn và Trình chiếu Beamer

Chương này hướng dẫn chi tiết cách biên soạn một đề thi trắc nghiệm chuẩn theo cấu hình mới nhất của Bộ Giáo dục & Đào tạo (3 phần thi), cách in bảng đáp án tự động, và cách chuyển đổi đề thi thành slide trình chiếu Beamer.

### 1. Cấu trúc Đề thi chuẩn của Bộ GD&ĐT

Đề thi cấu trúc mới của Bộ GD&ĐT gồm 3 phần thi chính với cách tính điểm và đếm câu riêng biệt:

- **PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn:** Gồm 12 câu trắc nghiệm khách quan 4 lựa chọn (A, B, C, D). Mỗi câu trả lời đúng được 0,25 điểm. Sử dụng cấu trúc `#tn(...)`.
- **PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai:** Gồm 4 câu hỏi. Mỗi câu có 4 phát biểu a, b, c, d độc lập. Thí sinh chỉ chọn Đúng hoặc Sai cho mỗi phát biểu. Điểm tối đa cho 1 câu là 1,0 điểm khi trả lời đúng cả 4 phát biểu (được chấm lũy tiến theo bảng điểm quy định của Bộ). Sử dụng cấu trúc `#ds(...)`.
- **PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (Điền số):** Gồm 6 câu tự luận ngắn. Thí sinh điền kết quả dạng số (nguyên hoặc thập phân làm tròn). Mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm. Sử dụng cấu trúc `#tln(...)` hoặc `#short(...)`.

### 2. Cấu hình Tiêu đề đề thi — `#thpt-school-exam`

Để tạo phần tiêu đề đầu trang thi (khung thông tin sở, trường, môn thi, mã đề...), hãy sử dụng cấu trúc `#show: thpt-school-exam.with(...)`.

```
#show: thpt-school-exam.with(
  department: "SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO", // Dòng 1 tiêu đề bên trái (Sở GD)
  school: "TRƯỜNG THPT CHUYÊN ...", // Dòng 2 tiêu đề bên trái (Trường)
  exam-title: "KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT", // Căn giữa dòng 1
  subject: "Môn thi: TOÁN", // Căn giữa dòng 2
  duration: "90 phút, không kể phát đề", // Thời gian
  code: "101", // Mã đề thi
  structure: auto, // Tự động sinh dòng "Đề gồm X trang, Y câu"
  footer-left: [ĐỀ CHÍNH THỨC \ (Đề thi gồm 04 trang)], // Nhãn chân trang bên trái
  accent: accent, // Màu chủ đạo
  show-topbar: true, // Có thanh màu trang trí trên đầu trang hay không
  header-border: true, // Có đường kẻ đôi dưới dòng tiêu đề hay không
)
```

> [!IMPORTANT] > Khai báo `#show: thpt-school-exam.with(...)` phải đặt ở đầu tệp đề thi, phía dưới dòng tạo bộ macro câu hỏi `#let (tn, ds, tln, tl) = exam-mode(...)` và show rule `#show: sang-setup`.

### 3. Phân chia phần thi — `#exam-part`

Để hiển thị tiêu đề cho từng phần thi (PHẦN I, PHẦN II, PHẦN III) kèm thông báo số câu tự động, hãy dùng macro `#exam-part`.

```
// Phần I: Có 12 câu, hệ thống hiển thị "(Từ câu 1 đến câu 12)"
#exam-part([PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1
đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.], count: 12)

// Phần II: Có 4 câu tiếp theo, hệ thống hiển thị "(Từ câu 13 đến câu 16)"
#exam-part([PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16.
Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.], count: 4)

// Phần III: Có 6 câu trả lời ngắn, hệ thống hiển thị "(Từ câu 17 đến câu 22)"
#exam-part([PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu
22.], count: 6)
```

#### Các tham số của #exam-part:

- **body** (content, bắt buộc): Nội dung tiêu đề phần thi và hướng dẫn làm bài.
- **count** (integer, tùy chọn): Số câu trong phần đó. Nếu điền, hệ thống sẽ tự động tính toán dựa trên số câu hiện tại để sinh ra dòng ghi chú số câu (ví dụ: "Từ câu X đến câu Y").
- **reset-counter** (boolean, mặc định false): Reset bộ đếm số câu về 1 ở đầu phần. Đối với đề thi THPT QG chuẩn, bộ đếm câu chạy liên tục toàn bộ đề (không reset).

## 4. Mẫu file đề thi thực tế chuẩn hệ thống (de-30.typ)

Để câu hỏi của bạn có thể chuyển đổi tự động sang slide giảng dạy Beamer, file đề thi cần được bao bọc toàn bộ nội dung câu hỏi bên trong một hàm `#let make-questions(...) = [...]`. Dưới đây là mẫu khung sườn đầy đủ cho một đề thi:

```
#import "@preview/sang-math:1.0.0": *
#import "@preview/cetz:0.5.2"

// ① Thiết lập chế độ hiển thị mặc định của file đề
#let mode = "loigiaihai" // "dethi" (đề trống) | "loigiaihai" (đề kèm lời giải)
#let accent = classic.blue // Màu chủ đạo đề thi

// ② Tạo bộ câu hỏi tương thích
#let (tn, ds, tln, tl) = exam-mode(mode: mode, accent: accent)

#show math.frac: math.display
#show: sang-setup

// ③ Tiêu đề đề thi
#show: thpt-school-exam.with(
  department: "BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO",
  school: "ĐỀ MINH HỌA",
  exam-title: "KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026",
  subject: "Môn thi: TOÁN",
  duration: "90 phút",
  code: "001",
  accent: accent,
)

// ④ Định nghĩa hàm gói câu hỏi (cần thiết để Beamer nạp câu hỏi)
#let make-questions(tn: tn, ds: ds, tln: tln, tl: tl, exam-part: exam-part) = [
  #exam-part([Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu
  1 đến câu 12.], count: 12)
```

```
#tn(
  [Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên  $RR$ ?],
  ([ $y = -x^3$ ], [ $y = -x + 1$ ], True([ $y = x^3 + x$ ]), [ $y = x^2$ ]),
  loigiaiai: [
    - Ta có  $y' = 3x^2 + 1 > 0$ , quad forall  $x$  in  $RR$ .
    - Vậy hàm số  $y = x^3 + x$  đồng biến trên  $RR$ . Chọn C.
  ]
)

// (Thêm tiếp 11 câu trắc nghiệm phân I)

#exam-part([Phân II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu
16.], count: 4)

#ds(
  [Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:],
  (
    True([Hàm số có hai điểm cực trị.]),
    [Cực đại của hàm số bằng  $0$ .],
    True([Đồ thị hàm số đi qua điểm  $A(1;0)$ .]),
    [Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0;2)$ .],
  ),
  loigiaiai: [
    - a) *Đúng*.  $f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$  hoặc  $x = 2$ .
    - b) *Sai*. Cực đại là  $f(0) = 2$ .
    - c) *Đúng*.  $f(1) = 1 - 3 + 2 = 0$ .
    - d) *Sai*. Hàm số nghịch biến trên  $(0;2)$ .
  ]
)

// (Thêm tiếp 3 câu Đúng/Sai phân II)

#exam-part([Phân III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu
22.], count: 6)

#tln(
  [Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $RR$  và có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $S$  là diện
  tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị và trục hoành. Biết  $S = 12$ . Tính giá trị của biểu
  thức  $P = S / 2$ .],
  ans: 6,
  loigiaiai: [Ta có  $P = 12 / 2 = 6$ . Điền số: 6.]
)

// (Thêm tiếp 5 câu trả lời ngắn phân III)
]

// © Thực thi in đề & đáp án
#if sys.inputs.at("beamer", default: "0") != "1" {
  // Chỉ chạy khối này khi biên dịch file đề thường (không phải slide Beamer)
  make-questions()

  // In bảng đáp án tự động ở cuối trang
```

```
pagebreak()
print-answer-key()
het
}
```

### ◆ Hiển thị mẫu thực tế của đề thi chuẩn

Dưới đây là hình ảnh kết quả biên dịch thực tế của một đề thi mẫu sử dụng cấu trúc và cài đặt chuẩn trên:

#### Trang 1: Bố cục tiêu đề & Phần I

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  
**Sở GD&ĐT Nghệ An Lần 2**  
(Đề thi có 7 trang)

Họ và tên thí sinh: .....  
Số Báo Danh: ..... Mã đề thi 101

**THI THỬ THPT QUỐC GIA 2026**  
**MÔN TOÁN - LỚP 12**  
Thời gian làm bài: 90 phút  
(Đề có 12 câu trắc nghiệm, 4 đúng/sai, 6 trả lời ngắn)

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** (12 câu)

KHÔNG CẦN BIÊN DỊCH  $\frac{A}{B}$

**Câu 1.** Tính tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx$ .

A. -1      B. 1      C. 0      D.  $\frac{\pi}{2}$

**Câu 2.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt cầu?

A.  $2x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z - 3 = 0$       B.  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z - 3 = 0$   
 C.  $x^2 + y^2 + 2z^2 - 2x - 2y - 4z - 3 = 0$       D.  $x^2 + 2y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z - 3 = 0$

**Câu 3.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A.  $\cos(a - b) = \cos a \sin b - \sin a \cos b$       B.  $\cos(a - b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$   
 C.  $\cos(a - b) = \cos a \sin b + \sin a \cos b$       D.  $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

**Câu 4.** Cho khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh 2, đoạn thẳng  $AC'$  tạo với mặt phẳng  $(ABCD)$  một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho.

A.  $8\sqrt{6}$       B.  $4\sqrt{6}$       C.  $8\sqrt{3}$       D.  $\frac{8\sqrt{6}}{3}$

GV Nguyễn Văn Sang
Trang 1 / 7 — Mã Đề: 101

#### Trang cuối: Bảng đáp án tự động

| BẢNG ĐÁP ÁN — TRẮC NGHIỆM |       |      |      |       |
|---------------------------|-------|------|------|-------|
| 1. B                      | 2. B  | 3. D | 4. A | 5. C  |
| 6. D                      | 7. D  | 8. B | 9. C | 10. C |
| 11. B                     | 12. C |      |      |       |

| BẢNG ĐÁP ÁN — ĐÚNG/SAI |    |    |    |    |
|------------------------|----|----|----|----|
| Câu                    | a) | b) | c) | d) |
| Câu 1                  | S  | Đ  | Đ  | S  |
| Câu 2                  | Đ  | S  | Đ  | Đ  |
| Câu 3                  | Đ  | S  | Đ  | Đ  |
| Câu 4                  | Đ  | Đ  | S  | S  |

| BẢNG ĐÁP ÁN — ĐIỀN SỐ |         |      |         |         |
|-----------------------|---------|------|---------|---------|
| 5. 52,1               | 6. 97,7 | 7. 9 | 8. 4447 | 9. 0,29 |
| 10. 1200              |         |      |         |         |

## 5. In bảng đáp án tự động — `print-answer-key()`

Hệ thống có khả năng tự động trích xuất đáp án đúng của tất cả các câu hỏi đã khai báo trên đề (lấy từ các lựa chọn bọc trong hàm `True()` của `#tn`, `#ds` và tham số `ans` của `#tln`) và lập thành các bảng đáp án cực kỳ gọn gàng.

Để in bảng đáp án, bạn chỉ cần chèn hàm `#print-answer-key()` ở cuối đề thi (như ví dụ phần 4 ở trên). Bảng đáp án sẽ tự động chia thành 3 phần rõ ràng:

- **BẢNG ĐÁP ÁN — TRẮC NGHIỆM:** Gồm đáp án đúng của Phần I dưới dạng lưới dòng cột (ví dụ: 1. A, 2. B, ...).
- **BẢNG ĐÁP ÁN — ĐÚNG/SAI:** Dựng bảng lưới 4 cột (a, b, c, d) hiển thị ký tự màu xanh lá (Đ) hoặc đỏ (S) tương ứng cho từng ý của Phần II.
- **BẢNG ĐÁP ÁN — ĐIỀN SỐ:** Gồm kết quả của các câu trả lời ngắn thuộc Phần III.

## 6. Chuyển đề thi thành Slide bài giảng Beamer

Nhờ có cấu trúc gói `make-questions` ở trên, bạn có thể chuyển đổi toàn bộ đề thi thành slide trình chiếu chứa đề chỉ trong vài giây thông qua file slide `Beamer.typ`:

### ◆ Bước 1: Tạo file trình chiếu Beamer.typ

Tạo một file mới tên là Beamer.typ nằm ở thư mục dự án của bạn với nội dung cực kỳ tối giản như sau:

```
#import "sang-beamer.typ": *

// Nạp đề bài từ file đề thi thực tế của bạn
#import "dethi/de-30.typ": make-questions as _de

// Thiết lập thông tin trình chiếu
#show: sang-beamer-theme.with(
  title: "CHỮA ĐỀ THI THỬ THPT QG 2026",
  subtitle: "TOÁN - LỚP 12",
  author: "GV Nguyễn Văn Sang",
  institution: "ĐỀ SÔ 30",
  code: "9999",
  accent: classic.blue,
  total-q: 22, // Tổng số câu hỏi của đề thi
  bg_color: rgb("#f1f5f9"), // Nền sáng dễ nhìn
)

// Thực hiện sinh slide chữa đề tự động
#let mode = "loigiaih"
#let _m = exam-mode(mode: mode, accent: classic.blue)
#_de(tn: _m.tn, ds: _m.ds, tln: _m.tln, tl: _m.tl, exam-part: exam-part)

#pagebreak()
#print-answer-key() // Slide đáp án tổng kết cuối buổi
#het
```

### ◆ Bước 2: Biên dịch slide Beamer ra PDF

Chạy lệnh biên dịch sau ở cửa sổ terminal của dự án:

```
typst compile --input beamer=1 typst/Beamer.typ typst/Beamer.pdf
```

Hoặc sử dụng các lệnh định nghĩa sẵn trong package.json:

- Biên dịch slide: `npm run compile:Beamer`
- Chế độ xem trước thời gian thực (watch): `npm run watch:Beamer`

Slide Beamer được sinh ra sẽ tự động phân bổ: mỗi câu hỏi chiếm đúng 1 Slide, phần lời giải/BBT sẽ nằm trong thẻ lời giải thông minh và bảng Đúng/Sai tự động hiển thị đáp án trực quan rất chuyên nghiệp!

## #sang-setup — Tự động hoá show rules

```
// Cơ bản: toán đen, phân số display-size, list tự giãn
```

```
#show: sang-setup
```

```
// Toán màu theo accent
```

```
#show: sang-setup.with(math-color: accent)
```

```
// Toán màu tùy chỉnh
```

```
#show: sang-setup.with(math-color: rgb("#c00000"))
```

Khi sang-setup được kích hoạt:

- Phân số  $a/b$  tự động to như  $\dfrac{a}{b}$  — không cần gõ  $\dfrac{a}{b}$  thủ công.
- Công thức inline  $\dots$  cũng hiển thị cỡ display.
- List tự giãn dòng khi item chứa phân số (tránh đè nhau).

**Lưu ý** Đặt #show: sang-setup sau #let (tn, ds, tln, tl) = exam-mode(...) và sau các #set page, #set text. Không đặt trước các lệnh #set.

Khi cấu hình hiển thị phân số display đang bật, mọi biểu thức phân số thông thường  $a/b$  đều được hiển thị cỡ lớn (display style). Để giữ phân số cỡ nhỏ (inline/script style) dùng trong các số mũ, cận tích phân hoặc khi viết công thức inline, ta sử dụng hàm tfrac (đã được tích hợp sẵn thông qua biến trạng thái in-tfrac toàn cục).

Cú pháp sử dụng:

```
// Phân số cỡ nhỏ trong số mũ (không bị vỡ dòng)
```

```
$3^{(tfrac{5,3))}$
```

```
// Phân số cỡ nhỏ trong cận tích phân
```

```
$integral_(tfrac{1,2))^(tfrac{3,2)) f(x) dif x$
```

```
// Phân số trong câu văn
```

Xác suất để rút được thẻ đỏ là  $\text{\$tfrac{3, 5)\$}$ .

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

Phân số display mặc định:  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$

Phân số nhỏ với tfrac:  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$

Phân số nhỏ ở số mũ:  $3^{\frac{5}{3}}$

## ID, tags và metadata

Cách gán ID và tags trực tiếp vào câu hỏi rất đơn giản. Bạn chỉ cần truyền thêm `id` và `tags` vào cuối macro câu hỏi.

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 51.** Hàm số  $y = x^3 - 3x$  nghịch biến trên khoảng nào?

lop12   dao-ham   don-dieu   bbt

A.  $(-\infty; -1)$

B.  $(-1; 1)$

C.  $(1; +\infty)$

D.  $\mathbb{R}$

**Lưu ý** Lưu ý: `id`: sẽ KHÔNG hiển thị lên trang giấy khi in đề. Nó chỉ được lưu ẩn vào hệ thống để dùng cho việc trộn đề, xuất đáp án ra Excel, hoặc tìm kiếm. Nếu bạn muốn hiển thị ID lúc soạn thảo, hãy chèn text tĩnh vào ngay đầu câu hỏi.

### bank.json giữ metadata, không giữ đề bài dài

`bank.json` hiện nên được hiểu là bản đồ phân loại:

```
{
  "0D1N1-1": "Lớp 10 | Đại số | Ch1: Mệnh đề | Bài 1: Mệnh đề | Nhận biết"
}
```

Nội dung câu hỏi thật nên để trong Typst-native file như `typst/questions.typ`, vì câu hỏi Toán thường có công thức, hình Cetz, bảng, lời giải nhiều bước. Không nên nhồi toàn bộ đề bài vào JSON nếu muốn biên dịch đẹp và bền.

### Khai báo câu hỏi thật trong `questions.typ`

```
#import "modules/question-bank.typ": (
  ds-item, question-tn, question-ds, question-tln, question-tl,
  render-question, render-selection,
)

#let question-bank = (
  "0D1N1-1": question-tn(
    [Phát biểu nào sau đây là một mệnh đề?],
    (
      [Bạn học tốt nhé!],
      [$2$ là số nguyên tố.],
      [Hôm nay đẹp quá!],
      [$x + 1 = 3$],
    ),
    correct: 2,
    solution: [Chỉ phát biểu "$2$ là số nguyên tố" xác định đúng/sai.],
    tags: ("lop10", "menh-de"),
    difficulty: "NB",
    status: "ready",
    source: "questions.typ",
  ),
)
```

```
"0D1N1-2": question-ds(
  [Xét các phát biểu sau.],
  (
    ds-item([Phát biểu "$2$ là số'chẵn" là mệnh đề.], correct: true),
    ds-item([Câu "Hãy mở sách ra" là mệnh đề.], correct: false),
    ds-item([Phát biểu "$3 > 5$" vẫn là mệnh đề dù sai.], correct: true),
    ds-item([Biểu thức "$x^2 - 1 = 0$" luôn là mệnh đề.], correct: false),
  ),
  solution: [Mệnh đề là phát biểu có thể xác định đúng hoặc sai.],
  tags: ("lop10", "menh-de", "dung-sai"),
  difficulty: "TH",
  status: "ready",
),
)
```

## API ngân hàng câu hỏi

| Lệnh                                                                           | Ý nghĩa                                                                                   |
|--------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| #load-bank(path: "../bank.json")                                               | Đọc metadata từ JSON. Khi compile với --root typst, file JSON cần nằm trong vùng root.    |
| #bank-filter(entries, grade:, branch:, chapter:, lesson:, form:, query:, ids:) | Lọc metadata theo lớp, phân môn, chương, bài, dạng, chuỗi tìm kiếm hoặc danh sách ID.     |
| #bank-count(entries, by: "chapter")                                            | Đếm số mã theo grade, branch, chapter, lesson, form/topic.                                |
| #bank-lookup(entries, id)                                                      | Tra một ID trong metadata bank.                                                           |
| #question-tn/#question-ds/#question-tln/<br>#question-tl                       | Khai báo câu hỏi thật bằng Typst-native content.                                          |
| #question-filter(...)                                                          | Lọc registry câu hỏi thật theo type, difficulty, status, source, tags, ids.               |
| #question-select(entries, registry, ...)                                       | Nối metadata bank với câu hỏi thật, lọc đồng thời theo chương-bài-dạng và trạng thái câu. |
| #render-question(item, mode:, show-id:)                                        | Render một câu từ registry. Có thể bật show-id: true khi biên tập.                        |
| #render-selection(items, mode:, show-id:)                                      | Render danh sách câu đã lọc/chọn.                                                         |

## Workflow ngân hàng ổn định

```
# 1. Xem thông kê metadata
npm run bank:stat
```

# 2. Tìm câu theo từ khóa

```
npm run bank:search -- "xác suất"
```

# 3. Sinh ID mới

```
npm run bank:gen-id
```

# 4. Nếu chỉnh bank.json ở root, sync sang typst/

```
npm run sync:bank
```

```
#import "@preview/sang-math:1.0.0": *
#import "modules/question-bank.typ": *
#import "questions.typ": question-bank
```

```
#let bank = load-bank()
#let selected = question-select(
  bank,
  question-bank,
  chapter: "Mệnh đề",
  status: "ready",
)
```

```
#render-selection(selected, mode: "loigiaih", show-id: true)
```

**Mẹo** Muốn đề tự động từ ID cố định, dùng qb-pick(question-bank, "ID1", "ID2", ...) trong questions.typ; muốn lọc mềm, dùng question-select(...) với bank.json.

## Trộn đề Typst-native từ ngân hàng

Phần trộn đề mới lấy cảm hứng từ hệ stexgv.web.app, nhưng chạy ngay trong Typst: mỗi câu vẫn có ID ổn định, ma trận đề là danh sách slot, seed quyết định cách chọn câu, engine tránh trùng ID trong cùng một mã đề, trộn phương án trắc nghiệm và xuất bảng đáp án sau khi đã trộn.

File mẫu có sẵn:

```
typst compile --root typst typst/exam-mix-demo.typ output/exam-mix-demo.pdf
```

Nhập kho STEXGV sang Typst:

```
npm run stexgv:import
npm run stexgv:mix -- --compile
```

Bridge mới đọc trực tiếp /Users/admin/stexgv/src/pages/ThptExamBuilder/banks, gọi generateLatex(seed), giữ ID gốc, slot 1-22, topic, source, latex gốc và sinh registry Typst trong typst/stexgv-import/.

| File                                 | Vai trò                                                                               |
|--------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| scripts/stexgv-typst-bridge.mjs      | Importer STEXGV: đọc module JS, phân tích choice, choiceTF, shortans, loigiaih.       |
| typst/stexgv-import/stexgv-bank.json | Snapshot quản lý ngân hàng: ID, slot, loại câu, topic, source, latex gốc, trạng thái. |
| typst/stexgv-import/stexgv-bank.typ  | Registry Typst dùng ngay với build-exam-plan và render-exam-plan.                     |

|                                         |                                                               |
|-----------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| typst/stexgv-import/stexgv-mix-demo.typ | File trộn đề 22 slot chuẩn THPT, sinh 2 mã đề và bảng đáp án. |
| output/stexgv-mix-demo.pdf              | Đầu ra PDF khi chạy thêm <code>--compile</code> .             |

Trạng thái import hiện tại: bridge nhập được 1.553 câu STEXGV. Có 743 câu ready, 810 câu review vì còn TikZ, tkz-tab hoặc lệnh LaTeX đặc thù cần chuyển sâu sang CeTZ/BBT. Tất cả câu vẫn có ID và trộn đề được khi dùng `status: none`.

Import lỗi:

```
#import "@preview/sang-math:1.0.0": *
#import "questions.typ": question-bank
#import "modules/question-bank.typ": (
  exam-slot,
  build-exam-plan,
  render-exam-plan,
  render-answer-key,
  thpt-2025-matrix,
)
```

Khai báo ma trận slot:

```
#let matrix = (
  exam-slot(1, label: [TN – mệnh đề], type: "tn", ids: ("0D1N1-1")),
  exam-slot(2, label: [TN – Oxyz], type: "tn", ids: ("12HH-MC-01", "12HH-DT-01")),
  exam-slot(3, label: [TN – tích phân], type: "tn", tags: ("tich-phan"), difficulty:
("NB", "TH")),
  exam-slot(4, label: [Đúng sai – xác suất], type: "ds", tags: ("xac-suat"),
difficulty: ("VD")),
  exam-slot(5, label: [Trả lời ngắn], type: "tln", difficulty: ("VD", "VDC")),
)
```

Dựng đề từ seed:

```
#let plan = build-exam-plan(
  question-bank,
  matrix,
  seed: 2026,
  strict: false,
  allow-duplicates: false,
)
```

```
#render-exam-plan(
  plan,
  mode: "dethi",
  seed: 2026,
  shuffle-options: true,
  show-id: true,
)
```

```
#pagebreak()
#render-answer-key(plan, seed: 2026, shuffle-options: true)
```

Sinh nhiều mã đề:

```
#let render-code(code, seed) = {
  let plan = build-exam-plan(question-bank, matrix, seed: seed)

  #show: thpt-school-exam.with(
    school: "CONICTYPST",
    exam-title: "ĐỀ TRỘN TỪ NGÂN HÀNG",
    subject: "TOÁN",
    duration: "90 phút",
    code: code,
  )

  render-exam-plan(plan, seed: seed, shuffle-options: true)
  pagebreak()
  render-answer-key(plan, seed: seed, shuffle-options: true, title: [Bảng đáp án mã
#code])
}

#render-code("101", 2026)
#pagebreak()
#render-code("102", 2027)
```

Khi ngân hàng đủ dữ liệu theo tags/mức độ, dùng ma trận 22 slot chuẩn:

```
#let plan = build-exam-plan(
  question-bank,
  thpt-2025-matrix,
  seed: 26072026,
  strict: false,
)

#render-exam-plan(plan, seed: 26072026, shuffle-options: true)
#pagebreak()
#render-answer-key(plan, seed: 26072026, shuffle-options: true)
```

| Hàm                     | Vai trò                                                                     |
|-------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| #exam-slot(...)         | Mô tả một ô ma trận: loại câu, ID cố định, tags, mức độ, nguồn, trạng thái. |
| #build-exam-plan(...)   | Chọn câu theo seed, tránh trùng ID, trả về danh sách câu đã chọn.           |
| #render-exam-plan(...)  | Render đề bằng macro #tn/#ds/#tln/#tl.                                      |
| #render-answer-key(...) | Xuất bảng đáp án đúng sau khi đã trộn phương án.                            |
| #thpt-2025-matrix       | Ma trận mẫu 22 slot: 12 trắc nghiệm, 4 đúng/sai, 6 trả lời ngắn.            |

**Lưu ý** thpt-2025-matrix là khung chuẩn. Nếu ngân hàng chưa có đủ câu khớp tags/mức độ, engine sẽ báo thiếu slot trong PDF để người soạn bổ sung câu hoặc nói bộ lọc.

## Tham số nâng cao của câu hỏi

Phần này gom những tham số có thật trong engine nhưng thường bị bỏ sót khi viết HDSD ngắn.

### Nhóm tham số chung cho `#tn`, `#ds`, `#tln`, `#tl`

| Tham số                  | Mặc định                               | Ghi chú                                                                                                                                                                                  |
|--------------------------|----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <code>mode:</code>       | <code>"dethi"</code>                   | <code>"dethi"</code> ẩn lời giải; <code>"loigiaihai"</code> hiện lời giải và đáp án. Nên lấy cấu hình từ <code>exam-preset</code> .                                                      |
| <code>accent:</code>     | <code>palette.accent</code>            | Màu nhãn câu, header bảng Đ/S, lời giải. Dùng <code>classic.blue</code> , <code>classic.emerald</code> , <code>classic.crimson</code> hoặc <code>rgb(...)</code> .                       |
| <code>fig:</code>        | <code>none</code>                      | Canvas Cetz, <code>image(...)</code> , bảng, hoặc content bất kỳ.                                                                                                                        |
| <code>fig-pos:</code>    | <code>"right"</code>                   | <code>"right"</code> , <code>"left"</code> , <code>"center"</code> . Nếu đề dài mà chỉ một đoạn cần hình, nên tự đặt <code>#grid(...)</code> trong stem thay vì dùng <code>fig:</code> . |
| <code>fig-width:</code>  | <code>35%</code> hoặc <code>30%</code> | Tỷ lệ cột hình khi <code>fig-pos</code> là <code>"right"/"left"</code> ; với <code>"center"</code> dùng để scale hình căn giữa.                                                          |
| <code>lines:</code>      | <code>0</code> hoặc <code>6</code>     | Số dòng chấm cho học sinh làm bài. <code>#tl</code> mặc định 6 dòng, các loại khác mặc định 0.                                                                                           |
| <code>num:</code>        | <code>auto</code>                      | Ép số câu thủ công. Nếu dùng <code>num: 13</code> , câu đó hiển thị Câu 13 và engine đặt lại mốc đếm quanh vị trí này.                                                                   |
| <code>prefix:</code>     | <code>"Câu"</code>                     | Đổi nhãn, ví dụ <code>"Bài"</code> , <code>"Question"</code> , <code>"Câu hỏi"</code> .                                                                                                  |
| <code>boxed:</code>      | <code>false</code>                     | Đóng khung toàn câu hỏi. Hữu ích khi làm phiếu học tập, sách bài tập hoặc slide.                                                                                                         |
| <code>box-fill:</code>   | <code>white</code>                     | Nền khung câu hỏi khi <code>boxed: true</code> .                                                                                                                                         |
| <code>box-stroke:</code> | <code>0.6pt + palette.border</code>    | Viền khung câu hỏi.                                                                                                                                                                      |
| <code>box-inset:</code>  | <code>(x: 10pt, y: 8pt)</code>         | Khoảng cách nội dung tới viền khung.                                                                                                                                                     |
| <code>box-radius:</code> | <code>4pt</code>                       | Bo góc khung.                                                                                                                                                                            |
| <code>id:</code>         | <code>none</code>                      | Mã câu hỏi, truyền qua <code>..args</code> ; engine lưu metadata đáp án nội bộ.                                                                                                          |
| <code>tags:</code>       | <code>()</code>                        | Tuple nhãn phụ. <code>#tn/#ds/#tln</code> render tags nhỏ bên cạnh stem; <code>#tl</code> hiện tại chỉ lưu nội dung câu/lời giải, chưa render tags trực tiếp.                            |

### Tham số riêng của #tn/#mcq

| Tham số       | Mặc định | Ghi chú                                                                                         |
|---------------|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| options       | bắt buộc | Tuple phương án. Có thể đánh dấu đúng bằng True(...) hoặc dùng correct: (2,).                   |
| correct:      | ()       | Danh sách chỉ số đáp án đúng theo thứ tự 1-based. Dùng khi không muốn bọc True(...).            |
| cols:         | 0        | 0 tự do và chia 1/2/4 cột. Cũng có thể truyền array cột như (1fr, 1fr) nếu cần layout đặc biệt. |
| row-gutter:   | auto     | Khoảng cách hàng phương án. Dùng khi phương án nhiều phân số/căn/log và bị sát nhau.            |
| opt-fig:      | false    | true khi phương án là hình/canvas để engine bỏ đo text và render dạng card.                     |
| opt-fig-cols: | 2        | Số cột khi các phương án là hình. Thường dùng 2 để thành lưới 2×2.                              |

```
// Không dùng True(), dùng correct: (3,)
```

```
#tn(
  [Đáp án đúng là phương án nào?],
  ([$A$], [$B$], [$C$], [$D$]),
  correct: (3,),
)
```

```
// Phương án là hình
```

```
#tn(
  [Đồ thị nào là  $y=x^2$ ?],
  (cetz.canvas(...), cetz.canvas(...), cetz.canvas(...), cetz.canvas(...)),
  correct: (1,),
  opt-fig: true,
  opt-fig-cols: 2,
)
```

### Tham số riêng của #tln/#short

| Tham số     | Mặc định | Ghi chú                                                                          |
|-------------|----------|----------------------------------------------------------------------------------|
| answer      | bắt buộc | Đáp án hiển thị khi mode != "dethi". Có thể là toán, chữ, hoặc content phức tạp. |
| show-boxes: | true     | Bật/tắt cụm ô đáp số. Nếu câu không cần ô, đặt false.                            |
| box-count:  | 4        | Số ô đáp số trong đề thi. Tăng lên 5-6 nếu đáp án có nhiều chữ số/ký tự.         |

## Tham số riêng của lời giải từng bước

**color:** tùy chọn · mặc định: auto    color|auto    Dùng trong `#step(...)`. Nếu để auto, màu xoay theo 6 màu mặc định.

**before\_nonfirst:** tùy chọn · mặc định: auto    content|auto|none    Dùng cho beamer/reveal. Có thể cấu hình bằng `#configure-step-reveal(before_nonfirst: pause)`.

## Tham số Typst thường gặp trong hệ thống

Đây là bảng tra nhanh cho người mới đọc code Typst. Các tham số dưới đây là Typst chuẩn, không phải riêng của sang-math, nhưng xuất hiện rất nhiều trong tài liệu.

### Layout cơ bản

| Lệnh/Tham số                                                                | Cách hiểu nhanh                                                                                                                                          |
|-----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <code>#set page(paper:, margin:, header:, footer:, background:)</code>      | Cấu hình khổ giấy, lề, header/footer, watermark/nền trang.                                                                                               |
| <code>#set text(font:, size:, lang:, fill:, weight:)</code>                 | Cấu hình font, cỡ chữ, ngôn ngữ, màu và độ đậm chữ.                                                                                                      |
| <code>#set par(justify:, leading:)</code>                                   | Căn đều đoạn văn và khoảng cách dòng.                                                                                                                    |
| <code>block(width:, fill:, stroke:, inset:, radius:, above:, below:)</code> | Khối lớn có thể tô nền, viền, padding, bo góc, khoảng cách trên/dưới.                                                                                    |
| <code>box(width:, height:, fill:, stroke:, inset:, radius:)</code>          | Hộp inline/nhỏ, hay dùng cho badge, ô đáp án, nhãn.                                                                                                      |
| <code>grid(columns:, rows:, column-gutter:, row-gutter:, align:)</code>     | Bố cục nhiều cột/hàng.<br><code>columns: (1fr, 35%)</code> nghĩa là text co giãn + hình 35%.                                                             |
| <code>table(columns:, stroke:, inset:, fill:, align:)</code>                | Bảng dữ liệu. <code>fill: (_, row) =&gt; ...</code> dùng để tô header hoặc zebra row.                                                                    |
| <code>align(center)[...]</code>                                             | Căn nội dung. Có thể dùng <code>left</code> , <code>right</code> , <code>center</code> , <code>top</code> , <code>bottom</code> , <code>horizon</code> . |
| <code>pad(left:, right:, x:, y:)[...]</code>                                | Thêm khoảng đệm quanh nội dung.                                                                                                                          |
| <code>v(0.5em) / h(6pt)</code>                                              | Khoảng trắng dọc/ngang.                                                                                                                                  |

|                                                 |                                                                  |
|-------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| <code>stack(dir: ltr, spacing:, ..items)</code> | Xếp nhiều phần tử nối tiếp, thường dùng cho các ô đáp số.        |
| <code>scale(body, x:, y:, reflow:)</code>       | Phóng/thu hình hoặc content. Engine dùng để scale hình căn giữa. |

## Kiểu dữ liệu thường gặp

| Kiểu        | Ví dụ và lưu ý                                                                                          |
|-------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| content     | [Nội dung], [\$x^2\$], [Văn bản và #macro]. Đây là kiểu quan trọng nhất khi viết stem/lời giải.         |
| string      | "dethi", "right", "0D1N1-1". Chuỗi dùng dấu nhảy kép.                                                   |
| tuple/array | (1, 2, 3), ([\$A\$], True([\$B\$]), [\$C\$], [\$D\$]). Chú ý tuple 1 phần tử phải có dấu phẩy: ("AC",). |
| dictionary  | (body: [text], correct: true). True[...] thực chất trả về dictionary có body và correct.                |
| color       | rgb("#0057b8"), classic.blue, red.                                                                      |
| length      | 12pt, 0.8em, 1cm.                                                                                       |
| relative    | 35%, 100%. Hay dùng trong fig-width, width, columns.                                                    |
| auto        | Giá trị đặc biệt để hệ thống tự tính. Ví dụ num: auto, structure: auto, h1: auto.                       |
| none        | Không có giá trị. Dùng để tắt hình, lời giải, watermark, subtitle.                                      |

## Nhãn, metadata và vị trí

```
// Label đề`tham chiếu hoặc query
#metadata((kind: "question", id: "2D1H1-7")) <my-question>
```

```
// Đặt nội dung theo vị trí tuyệt đối trên trang
#place(top + right, dx: -1cm, dy: 1cm)[Mã đề`101]
```

```
// Lấy số`trang hiện tại
#context counter(page).get().first()
```

**Lưu ý** metadata và query rất mạnh nhưng khó với người mới. Nếu chỉ soạn đề thường, chưa cần dùng trực tiếp. Engine đã dùng sẵn bên trong để đếm câu, gom đáp án và reset trạng thái.

## Bảng biến thiên — API package 1.0.0

Phần này là bản hướng dẫn **cực kỳ chi tiết** cho mọi macro vẽ bảng biến thiên. Từ cấu trúc tối thiểu nhất cho đến các tham số tùy chỉnh nâng cao.

### 1. Cấu trúc tối thiểu (Dễ dùng nhất)

Macro `#bbtv2` tự động tính toán mũi tên và cao độ dựa trên dấu đạo hàm. Bạn chỉ cần truyền đúng `x-vals`, `d-signs`, và `v-vals`.

```
#bbtv2(
  var:  $x$ , der:  $y'$ , func:  $y$ ,
  x-vals: ( $-\infty$ ,  $0$ ,  $+\infty$ ),
  d-signs: ( $-$ ,  $0$ ,  $+$ ),
  v-vals: ( $+\infty$ ,  $-2$ ,  $+\infty$ ),
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |           |      |           |
|------|-----------|------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $0$  | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$       | $0$  | $+$       |
| $y$  | $+\infty$ | $-2$ | $+\infty$ |

Giải thích tham số tối thiểu:

- `var`, `der`, `func`: Lần lượt là nhãn của 3 hàng (thường là  $x, y', y$ ).
- `x-vals`: Các mốc trên trục hoành. Ở đây có 3 mốc:  $-\infty, 0, +\infty$ .
- `d-signs`: Dấu của đạo hàm. **Số lượng luôn là  $2n - 3$**  (với  $n$  là số lượng `x-vals`). Do có 3 mốc  $x$ , nên `d-signs` có  $2(3) - 3 = 3$  phần tử.
- `v-vals`: Giá trị của hàm số. Số lượng bằng với `x-vals`. Ở đây là  $+\infty, -2, +\infty$ .

### 2. Mảng dấu `d-signs` (Đặc biệt quan trọng)

Lỗi phổ biến nhất khi mũi tên bị sai, hoặc mũi tên bay ngang là do nhập **sai số lượng phần tử `d-signs`**.

Quy luật: Mảng dấu xen kẽ giữa **khoảng** và **điểm**. Nếu bạn có 4 mốc  $x$ : `x-vals: (a, b, c, d)` -> Số mốc  $n = 4$ . Mảng `d-signs` phải có **5 phần tử** ( $2 \cdot 4 - 3 = 5$ ): `d-signs: (dấu-khoảng-1, dấu-tại-b, dấu-khoảng-2, dấu-tại-c, dấu-khoảng-3)`

```
#bbtv2(
  var:  $x$ , der:  $y'$ , func:  $y$ ,
  x-vals: ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ),
  d-signs: ( $+$ ,  $0$ ,  $-$ ,  $0$ ,  $+$ ),
  v-vals: ( $+\infty$ ,  $4$ ,  $-5$ ,  $+\infty$ ),
)
```

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |           |      |      |           |     |
|------|-----------|------|------|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $2$  | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$  | $0$       | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ | $4$  | $-5$ | $+\infty$ |     |

**Lưu ý** Sai lầm thường gặp: Viết dư dấu hoặc viết dấu “0” vào vị trí của khoảng. Dấu đạo hàm ở một khoảng bắt buộc phải là  $+$  hoặc  $-$ . Nếu truyền  $0$  vào vị trí khoảng, mũi tên sẽ đi ngang!

### 3. Tùy chỉnh kích thước ( $w1$ , $w2$ , $h1$ , $h2$ , $h3$ )

Bạn có thể tinh chỉnh chiều rộng và chiều cao của từng hàng/cột để bảng rộng rãi, vừa vặn hơn.

```
#bttv2(
  var:  $x$ , der:  $y'$ , func:  $y$ ,
  x-vals: ( $-\infty$ ,  $0$ ,  $+\infty$ ),
  d-signs: ( $-$ ,  $0$ ,  $+$ ),
  v-vals: ( $+\infty$ ,  $-2$ ,  $+\infty$ ),
  w1: 2.5, // Cột bên trái rộng 2.5cm
  w2: 12, // Cột bên phải rộng 12cm
  h1: 1.2, // Chiều cao hàng  $x$  là 1.2cm
  h2: 1.5, // Chiều cao hàng đạo hàm là 1.5cm
  h3: 3, // Chiều cao hàng  $y$  là 3cm
)
```

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |           |      |           |
|------|-----------|------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $0$  | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$       | $0$  | $+$       |
| $y$  | $+\infty$ | $-2$ | $+\infty$ |

### 4. Hàm phân thức, Tiệm cận và Vùng không xác định ( $shade$ , $||$ )

Đối với hàm phân thức hoặc hàm chứa căn, ta cần dùng dấu “ $||$ ” cho những điểm không xác định, và tham số `shade` để gạch chéo vùng bỏ đi.

**Ví dụ 1: Tiệm cận đứng (Không shade)** Truyền "||" vào d-signs, và dùng mảng con ( $-\infty$ ,  $+\infty$ ) vào v-vals để gán hai giới hạn hai bên tiệm cận.

```
#bbtv2(
  var:  $x$ , der:  $y'$ , func:  $y$ ,
  x-vals: ( $-\infty$ ,  $1$ ,  $+\infty$ ),
  d-signs: ( $-$ , "||",  $-$ ),
  v-vals: ( $2$ , ( $-\infty$ ,  $+\infty$ ),  $2$ ),
  w2: 8
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |                         |     |                         |
|------|-------------------------|-----|-------------------------|
| $x$  | $-\infty$               | $1$ | $+\infty$               |
| $y'$ | $-$                     |     | $-$                     |
| $y$  | $2 \rightarrow -\infty$ |     | $+\infty \rightarrow 2$ |

**Ví dụ 2: Vùng không xác định (Gạch chéo với shade)** Sử dụng tham số shade: ((start\_index, end\_index)). VD: shade: ((1, 2)), tức là gạch chéo từ cột index 1 đến cột index 2 (tính từ 0).

```
#bbtv2(
  var:  $x$ , der:  $y'$ , func:  $y$ ,
  x-vals: ( $-\infty$ ,  $-2$ ,  $2$ ,  $+\infty$ ),
  d-signs: ( $+$ , "||", none, "||",  $+$ ),
  v-vals: ( $-\infty$ ,  $0$ ,  $0$ ,  $+\infty$ ),
  shade: ((1, 2)),
  w2: 10
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |                         |      |     |                         |
|------|-------------------------|------|-----|-------------------------|
| $x$  | $-\infty$               | $-2$ | $2$ | $+\infty$               |
| $y'$ | $+$                     |      |     | $+$                     |
| $y$  | $-\infty \rightarrow 0$ |      |     | $0 \rightarrow +\infty$ |

### Ví dụ 4.3 — Bảng biến thiên hàm phân thức hữu tỉ có tiệm cận đứng thực tế

Ví dụ thực tế dưới đây trích xuất nguyên bản từ đề thi trong sách của bạn, biểu diễn bảng biến thiên của hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất  $y = \frac{-x+2}{x-1}$  có tiệm cận đứng tại  $x = 1$ , sử dụng #my-bbvt và thiết lập ranks: (0, (-1, 1), 0) để vẽ mũi tên chéo mượt mà đi từ  $+\infty$  xuống  $-1$ :

```
#my-bbbt(
  var: $x$, der: $y'$, func: $y$,
  x-vals: ($-∞$, $1$, $+∞$),
  d-signs: ("-", "||", "-"),
  v-vals: ($-1$, ($-∞$, $+∞$), $-1$),
  ranks: (0, (-1, 1), 0)
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |                          |     |                          |
|------|--------------------------|-----|--------------------------|
| $x$  | $-\infty$                | $1$ | $+\infty$                |
| $y'$ | $-$                      |     | $-$                      |
| $y$  | $-1 \rightarrow -\infty$ |     | $+\infty \rightarrow -1$ |

### 5. Chỉnh thủ công vị trí mũi tên bằng #bbbt và ranks

Khi mũi tên bị lệch, đè lên text, hoặc thuật toán tự động của bbtv2 tính sai độ dốc, bạn hãy chuyển sang #bbbt và dùng mảng ranks. ranks quy định “độ cao tương đối” của mỗi giá trị trong hàng  $y$ . Số càng nhỏ thì càng thấp.

```
#bbbt(
  var: $x$, der: $y'$, func: $y$,
  x-vals: ($-∞$, $-1$, $2$, $+∞$),
  d-signs: ($+$, $0$, $-$, $0$, $+$),
  v-vals: ($-∞$, $4$, $-5$, $+∞$),
  ranks: ((0,), (2,), (0,), (2,)), // Thiết lập độ cao thủ công
  w2: 12,
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |           |      |      |           |     |
|------|-----------|------|------|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $2$  | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$  | $0$       | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ | $4$  | $-5$ | $+\infty$ |     |

### 6. Bảng xét dấu #bxd (Nhiều dòng)

Dành cho bài toán xét dấu biểu thức, giải bất phương trình.

- Truyền một mảng vào func để tạo nhiều dòng.
- Truyền mảng 2 chiều vào f-signs tương ứng.

```
#bxd(
  var: $x$,
  func: ($x+1$, $x-2$, $f'(x)$),
  x-vals: ($-\infty$, $-1$, $2$, $+\infty$),
  f-signs: (
    ($-$, $0$, $+$, $+$, $+$),
    ($-$, $-$, $-$, $0$, $+$),
    ($+$, $0$, $-$, $0$, $+$),
  ),
  w1: 1.5,
  w2: 8,
  h1: 0.8,
  h2: 0.8,
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $2$ | $+\infty$ |
|---------|-----------|------|-----|-----------|
| $x + 1$ | $-$       | $0$  | $+$ | $+$       |
| $x - 2$ | $-$       | $-$  | $0$ | $+$       |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$ | $+$       |

### Ví dụ 6.2 — Bảng xét dấu phân thức có điều kiện không xác định (Trích đề thi thực tế)

Ví dụ thực tế dưới đây trích xuất cách sử dụng #bxd cho hàm phân thức  $f'(x) = \frac{x-1}{x+2}$ , có mốc không xác định tại  $x = -2$  (được vẽ bằng ký hiệu song song " $||$ ") và các mốc triệt tiêu tại  $x = 1$ :

```
#bxd(
  var: $x$,
  func: ($x - 1$, $x + 2$, $f'(x) = (x-1)/(x+2)$),
  x-vals: ($-\infty$, $-2$, $1$, $+\infty$),
  f-signs: (
    ($-$, $"||", $-$, $0$, $+$),
    ($-$, $0$, $+$, $"||", $+$),
    ($+$, $"||", $-$, $0$, $+$),
  ),
  w1: 4
)
```

| KẾT QUẢ HIỂN THỊ          |           |      |     |           |     |
|---------------------------|-----------|------|-----|-----------|-----|
| $x$                       | $-\infty$ | $-2$ | $1$ | $+\infty$ |     |
| $x - 1$                   | $-$       | $0$  | $-$ | $0$       | $+$ |
| $x + 2$                   | $-$       | $0$  | $+$ | $0$       | $+$ |
| $f'(x) = \frac{x-1}{x+2}$ | $+$       | $  $ | $-$ | $0$       | $+$ |

HDSD

## Tuyển tập 30 loại Bảng biến thiên & Bảng xét dấu mẫu

Dưới đây là 30 bảng biến thiên (BBT) và bảng xét dấu (BXD) mẫu hoàn chỉnh được thiết lập cho mọi tình huống toán học ở trường phổ thông. Mỗi ví dụ gồm mã nguồn mẫu và khối kết quả thực tế tương ứng.

### Nhóm 1: Hàm số đa thức (Bậc 3, Bậc 4 trùng phương)

#### ♦ Ví dụ 1 — Hàm số bậc ba có 2 cực trị ( $a > 0$ )

Hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ . Có 2 điểm cực trị là  $x = 0$  và  $x = 2$ .

```
#bbtv2(
  var: $x$, der: $y'$, func: $y$,
  x-vals: ($-oo$, $0$, $2$, $+oo$),
  d-signs: ($+$, $0$, $-$, $0$, $+$),
  v-vals: ($-oo$, $2$, $-2$, $+oo$)
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |                                                                                      |     |     |           |     |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$                                                                            | $0$ | $2$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$                                                                                  | $0$ | $-$ | $0$       | $+$ |
| $y$  |  |     |     |           |     |

#### ♦ Ví dụ 2 — Hàm số bậc ba có 2 cực trị ( $a < 0$ )

Hàm số  $y = -x^3 + 3x$ . Có 2 cực trị tại  $x = -1$  và  $x = 1$ .

```
#bbtv2(
  var: $x$, der: $y'$, func: $y$,
  x-vals: ($-oo$, $-1$, $1$, $+oo$),
  d-signs: ($-$, $0$, $+$, $0$, $-$),
  v-vals: ($+oo$, $-2$, $2$, $-oo$)
)
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |           |      |     |           |     |
|------|-----------|------|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$       | $-$ |
| $y$  | $+\infty$ | $-2$ | $2$ | $-\infty$ |     |

♦ Ví dụ 3 — Hàm số bậc ba đồng biến trên  $\mathbb{R}$   
 Hàm số  $y = x^3 + x$ . Đạo hàm  $y' = 3x^2 + 1 > 0$  vô nghiệm.

```

#bbtv2(
  var:  $x$ , der:  $y'$ , func:  $y$ ,
  x-vals: ( $-\infty$ ,  $+\infty$ ),
  d-signs: ( $+$ ,),
  v-vals: ( $-\infty$ ,  $+\infty$ )
)
  
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |           |           |
|------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $+$       |           |
| $y$  | $-\infty$ | $+\infty$ |

♦ Ví dụ 4 — Hàm số bậc ba nghịch biến trên  $\mathbb{R}$   
 Hàm số  $y = -x^3$ . Đạo hàm  $y' = -3x^2 \leq 0$  có nghiệm kép tại  $x = 0$ .

```

#bbtv2(
  var:  $x$ , der:  $y'$ , func:  $y$ ,
  x-vals: ( $-\infty$ ,  $0$ ,  $+\infty$ ),
  d-signs: ( $-$ ,  $0$ ,  $-$ ),
  v-vals: ( $+\infty$ ,  $0$ ,  $-\infty$ )
)
  
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |           |     |           |
|------|-----------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$       | $0$ | $-$       |
| $y$  | $+\infty$ | $0$ | $-\infty$ |

♦ **Ví dụ 5 — Hàm trùng phương bậc bốn có 3 cực trị ( $a > 0$ )**

Hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - 1$ . Có cực đại tại  $x = 0$  và hai cực tiểu tại  $x = \pm 1$ .

```
#bbtv2(
  var: $x$, der: $y'$, func: $y$,
  x-vals: ($-\infty$, $-1$, $0$, $1$, $+\infty$),
  d-signs: ($-$, $0$, $+$, $0$, $-$, $0$, $+$),
  v-vals: ($+\infty$, $-2$, $-1$, $-2$, $+\infty$)
)
```

**KẾT QUẢ HIỂN THỊ**

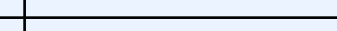
|      |           |      |      |      |           |     |     |
|------|-----------|------|------|------|-----------|-----|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$  | $1$  | $+\infty$ |     |     |
| $y'$ | $-$       | $0$  | $+$  | $0$  | $-$       | $0$ | $+$ |
| $y$  | $+\infty$ | $-2$ | $-1$ | $-2$ | $+\infty$ |     |     |

♦ **Ví dụ 6 — Hàm trùng phương bậc bốn có 3 cực trị ( $a < 0$ )**

Hàm số  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ . Có hai cực đại tại  $x = \pm 1$ , cực tiểu tại  $x = 0$ .

```
#bbtv2(
  var: $x$, der: $y'$, func: $y$,
  x-vals: ($-\infty$, $-1$, $0$, $1$, $+\infty$),
  d-signs: ($+$, $0$, $-$, $0$, $+$, $0$, $-$),
  v-vals: ($-\infty$, $2$, $1$, $2$, $-\infty$)
)
```

**KẾT QUẢ HIỂN THỊ**

|      |                                                                                     |      |     |     |           |     |     |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|
| $x$  | $-\infty$                                                                           | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |     |
| $y'$ | $+$                                                                                 | $0$  | $-$ | $0$ | $+$       | $0$ | $-$ |
| $y$  |  |      |     |     |           |     |     |

♦ **Ví dụ 7 — Hàm trùng phương có 1 cực tiểu ( $a > 0, b \geq 0$ )**

Hàm số  $y = x^4 + x^2$ . Đạo hàm triệt tiêu và đổi dấu duy nhất tại  $x = 0$ .

```
#bbtv2(
  var: $x$, der: $y'$, func: $y$,
  x-vals: ($-\infty$, $0$, $+\infty$),
  d-signs: ($-$, $0$, $+$),
  v-vals: ($+\infty$, $0$, $+\infty$)
)
```

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |           |     |           |
|------|-----------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$       | $0$ | $+$       |
| $y$  | $+\infty$ | $0$ | $+\infty$ |

#### ♦ Ví dụ 8 — Hàm trùng phương có 1 cực đại ( $a < 0, b \leq 0$ )

Hàm số  $y = -x^4 - x^2$ .

```
#bbtv2(
  var: $x$, der: $y'$, func: $y$,
  x-vals: ($-\infty$, $0$, $+\infty$),
  d-signs: ($+$, $0$, $-$),
  v-vals: ($-\infty$, $0$, $-\infty$)
)
```

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |           |     |           |
|------|-----------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $+$       | $0$ | $-$       |
| $y$  | $-\infty$ | $0$ | $-\infty$ |

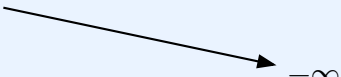
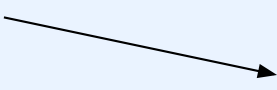
## Nhóm 2: Hàm phân thức hữu tỉ

#### ♦ Ví dụ 9 — Hàm bậc nhất trên bậc nhất nghịch biến

Hàm số  $y = \frac{-x+2}{x-1}$ . Có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$ , tiệm cận ngang  $y = -1$ .

```
#bbbt(
  var: $x$, der: $y'$, func: $y$,
  x-vals: ($-\infty$, $1$, $+\infty$),
  d-signs: ($-$, "||", $-$),
  v-vals: ($-1$, ($-\infty$, $+\infty$), $-1$),
  ranks: (0, (-1, 1), 0)
)
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

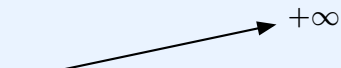
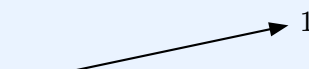
|      |                                                                                        |     |                                                                                              |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| $x$  | $-\infty$                                                                              | $1$ | $+\infty$                                                                                    |
| $y'$ | $-$                                                                                    |     | $-$                                                                                          |
| $y$  | $-1$  |     | $+\infty$  |

♦ Ví dụ 10 — Hàm bậc nhất trên bậc nhất đồng biến

Hàm số  $y = \frac{x-1}{x+2}$ . Tiệm cận đứng  $x = -2$ , tiệm cận ngang  $y = 1$ .

```
#bbbt(
  var:  $x$ , der:  $y'$ , func:  $y$ ,
  x-vals: ( $-\infty$ ,  $-2$ ,  $+\infty$ ),
  d-signs: ( $+$ , " $||$ ",  $+$ ),
  v-vals: ( $1$ , ( $+\infty$ ,  $-\infty$ ),  $1$ ),
  ranks: ( $0$ , ( $1$ ,  $-1$ ),  $0$ )
)
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |                                                                                         |      |                                                                                                |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $x$  | $-\infty$                                                                               | $-2$ | $+\infty$                                                                                      |
| $y'$ | $+$                                                                                     |      | $+$                                                                                            |
| $y$  | $1$  |      | $-\infty$  |

♦ Ví dụ 11 — Hàm bậc hai trên bậc nhất có cực đại và cực tiểu

Hàm số  $y = x + \frac{1}{x}$ . Tiệm cận đứng  $x = 0$ , có cực đại tại  $x = -1$  và cực tiểu tại  $x = 1$ .

```
#bbbt(
  var:  $x$ , der:  $y'$ , func:  $y$ ,
  x-vals: ( $-\infty$ ,  $-1$ ,  $0$ ,  $1$ ,  $+\infty$ ),
  d-signs: ( $+$ ,  $0$ ,  $-$ , " $||$ ",  $-$ ,  $0$ ,  $+$ ),
  v-vals: ( $-\infty$ ,  $-2$ , ( $-\infty$ ,  $+\infty$ ),  $2$ ,  $+\infty$ ),
  ranks: ( $0$ ,  $1$ , ( $-2$ ,  $2$ ),  $-1$ ,  $0$ )
)
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |                                        |      |     |                                       |           |
|------|----------------------------------------|------|-----|---------------------------------------|-----------|
| $x$  | $-\infty$                              | $-1$ | $0$ | $1$                                   | $+\infty$ |
| $y'$ | + 0 −                                  |      |     | − 0 +                                 |           |
| $y$  | $-\infty \nearrow -2 \searrow -\infty$ |      |     | $+\infty \searrow 2 \nearrow +\infty$ |           |

♦ Ví dụ 12 — Hàm phân thức vô nghiệm cực trị có 2 tiệm cận đứng

Hàm số  $y = \frac{1}{x^2 - 1}$ . Tiệm cận đứng tại  $x = -1$  và  $x = 1$ , cực trị tại  $x = 0$ .

```

#bbbt(
  var:  $x$ , der:  $y'$ , func:  $y$ ,
  x-vals: ( $-\infty$ ,  $-1$ ,  $0$ ,  $1$ ,  $+\infty$ ),
  d-signs: ( $+$ ,  $||$ ,  $+$ ,  $0$ ,  $-$ ,  $||$ ,  $-$ ),
  v-vals: ( $0$ , ( $+\infty$ ,  $-\infty$ ),  $-1$ , ( $-\infty$ ,  $+\infty$ ),  $0$ ),
  ranks: (1, (2, -2), -1, (-2, 2), 1)
)

```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |                      |      |                                        |     |                      |
|------|----------------------|------|----------------------------------------|-----|----------------------|
| $x$  | $-\infty$            | $-1$ | $0$                                    | $1$ | $+\infty$            |
| $y'$ | +                    |      | + 0 −                                  | −   |                      |
| $y$  | $0 \nearrow +\infty$ |      | $-\infty \nearrow -1 \searrow -\infty$ |     | $+\infty \searrow 0$ |

♦ Ví dụ 13 — Hàm phân thức bậc hai trên bậc hai có 1 tiệm cận đứng

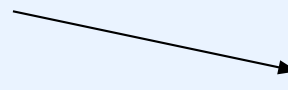
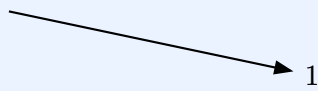
Hàm số  $y = \frac{x - 1}{x - 2}$ .

```

#bbbt(
  var:  $x$ , der:  $y'$ , func:  $y$ ,
  x-vals: ( $-\infty$ ,  $2$ ,  $+\infty$ ),
  d-signs: ( $-$ ,  $||$ ,  $-$ ),
  v-vals: ( $1$ , ( $-\infty$ ,  $+\infty$ ),  $1$ ),
  ranks: (0, (-1, 1), 0)
)

```

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

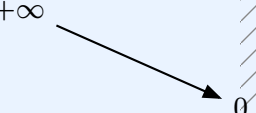
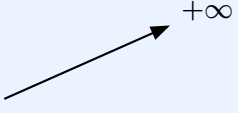
|      |                                                                                       |           |                                                                                              |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| $x$  | $-\infty$                                                                             | $2$       | $+\infty$                                                                                    |
| $y'$ | $-$                                                                                   |           | $-$                                                                                          |
| $y$  | $1$  |           | $+\infty$  |
|      |                                                                                       | $-\infty$ | $1$                                                                                          |

#### ♦ Ví dụ 14 — Hàm phân thức có mốc không xác định kép

Thiết lập vùng không xác định nằm giữa  $(-1, 1)$  bằng tham số `shade`.

```
#bbtv2(
  var:  $x$ , der:  $y'$ , func:  $y$ ,
  x-vals: ( $-\infty$ ,  $-1$ ,  $1$ ,  $+\infty$ ),
  d-signs: ( $-$ ,  $||$ , none,  $||$ ,  $+$ ),
  v-vals: ( $+\infty$ ,  $0$ ,  $0$ ,  $+\infty$ ),
  shade: ((1, 2),)
)
```

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |                                                                                               |      |     |                                                                                                |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $x$  | $-\infty$                                                                                     | $-1$ | $1$ | $+\infty$                                                                                      |
| $y'$ | $-$                                                                                           |      |     | $+$                                                                                            |
| $y$  | $+\infty$  |      |     | $+\infty$  |
|      |                                                                                               | $0$  | $0$ |                                                                                                |

## Nhóm 3: Hàm vô tỉ (chứa căn thức)

#### ♦ Ví dụ 15 — Hàm số chứa căn thức có tập xác định gồm 2 khoảng

Hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 4}$ . Tập xác định  $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ .

```
#bbtv2(
  var:  $x$ , der:  $y'$ , func:  $y$ ,
  x-vals: ( $-\infty$ ,  $-2$ ,  $2$ ,  $+\infty$ ),
  d-signs: ( $-$ ,  $||$ , none,  $||$ ,  $+$ ),
  v-vals: ( $+\infty$ ,  $0$ ,  $0$ ,  $+\infty$ ),
  shade: ((1, 2),)
)
```

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |           |      |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $2$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$       |      | $+$ |           |
| $y$  | $+\infty$ | $0$  | $0$ | $+\infty$ |

#### ◆ Ví dụ 16 — Hàm số chứa căn thức xác định trên một đoạn

Hàm số  $y = \sqrt{4 - x^2}$ . Xác định trên đoạn  $[-2; 2]$ , có cực đại tại  $x = 0$ .

```
#bbbt(
  var:  $x$ , der:  $y'$ , func:  $y$ ,
  x-vals: ( $-2$ ,  $0$ ,  $2$ ),
  d-signs: ("||",  $+$ ,  $0$ ,  $-$ , "||"),
  v-vals: ( $0$ ,  $2$ ,  $0$ ),
  ranks: ( $-1$ ,  $1$ ,  $-1$ )
)
```

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |      |     |     |
|------|------|-----|-----|
| $x$  | $-2$ | $0$ | $2$ |
| $y'$ |      | $+$ | $0$ |
| $y$  | $0$  | $2$ | $0$ |

#### ◆ Ví dụ 17 — Hàm số có đạo hàm không xác định tại điểm biên

Hàm số  $y = \sqrt{x}$ . Xác định trên  $[0; +\infty)$ , liên tục tại  $x = 0$  nhưng đạo hàm vô nghĩa tại đó.

```
#bbtv2(
  var:  $x$ , der:  $y'$ , func:  $y$ ,
  x-vals: ( $0$ ,  $+\infty$ ),
  d-signs: ("||",  $+$ ),
  v-vals: ( $0$ ,  $+\infty$ )
)
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |                                                                         |
|------|-------------------------------------------------------------------------|
| $x$  | 0 <span style="float:right"><math>+\infty</math></span>                 |
| $y'$ |                                                                         |
| $y$  | 0 <span style="float:right"><math>\longrightarrow +\infty</math></span> |

Nhóm 4: Hàm số Mũ, Logarit và Lượng giác

♦ Ví dụ 18 — Hàm số mũ đơn điệu

Hàm số  $y = 2^x$ . Luôn đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

```
#bbtv2(
  var: $x$, der: $y'$, func: $y$,
  x-vals: ($-00$, $+00$),
  d-signs: ($+$, ),
  v-vals: ($0$, $+00$)
)
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |                                                                  |
|------|------------------------------------------------------------------|
| $x$  | $-\infty$ <span style="float:right"><math>+\infty</math></span>  |
| $y'$ | $+$                                                              |
| $y$  | 0 <span style="float:right"><math>\nearrow +\infty</math></span> |

♦ Ví dụ 19 — Hàm số Logarit cơ bản

Hàm số  $y = \ln x$ . Xác định trên  $(0; +\infty)$ .

```
#bbtv2(
  var: $x$, der: $y'$, func: $y$,
  x-vals: ($0$, $+00$),
  d-signs: ("||", $+$),
  v-vals: ($-00$, $+00$)
)
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |                                                         |
|------|---------------------------------------------------------|
| $x$  | 0 <span style="float:right"><math>+\infty</math></span> |
| $y'$ |                                                         |
| $y$  | $-\infty \longrightarrow +\infty$                       |

♦ Ví dụ 20 — Hàm số mũ có cực trị

Hàm số  $y = xe^{\{-x\}}$ . Có cực đại tại  $x = 1$ .

```
#bbbt(
  var:  $x$ , der:  $y'$ , func:  $y$ ,
  x-vals: ( $-\infty$ ,  $1$ ,  $+\infty$ ),
  d-signs: ( $+$ ,  $0$ ,  $-$ ),
  v-vals: ( $-\infty$ ,  $1/e$ ,  $0$ ),
  ranks: ( $-1$ ,  $1$ ,  $0$ )
)
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |                                                                                                                                                                |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $x$  | $-\infty$ <span style="margin-left: 100px;"><math>1</math></span> <span style="float:right"><math>+\infty</math></span>                                        |
| $y'$ | <span style="margin-left: 100px;"><math>+</math></span> <span style="margin-left: 50px;"><math>0</math></span> <span style="float:right"><math>-</math></span> |
| $y$  | $-\infty \nearrow \frac{1}{e} \searrow 0$                                                                                                                      |

♦ Ví dụ 21 — Hàm lượng giác vẽ trên một chu kỳ

Hàm số  $y = \cos x$  trên đoạn  $[0; 2\pi]$ .

```
#bbbt(
  var:  $x$ , der:  $y'$ , func:  $y$ ,
  x-vals: ( $0$ ,  $\pi$ ,  $2\pi$ ),
  d-signs: ( $-$ ,  $0$ ,  $+$ ),
  v-vals: ( $1$ ,  $-1$ ,  $1$ ),
  ranks: ( $1$ ,  $-1$ ,  $1$ )
)
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |   |       |        |
|------|---|-------|--------|
| $x$  | 0 | $\pi$ | $2\pi$ |
| $y'$ | − | 0     | +      |
| $y$  | 1 | −1    | 1      |

Nhóm 5: Bảng xét dấu (bxd) và các trường hợp đặc biệt

♦ Ví dụ 22 — Bảng xét dấu nhị thức bậc nhất

Nhị thức  $f(x) = 2x - 4$ .

```
#bxd(
  var: $x$,
  func: ($2x - 4$),
  x-vals: ($-oo$, $2$, $+oo$),
  f-signs: (
    ($-$, $0$, $+$),
  )
)
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|          |           |   |           |
|----------|-----------|---|-----------|
| $x$      | $-\infty$ | 2 | $+\infty$ |
| $2x - 4$ | −         | 0 | +         |

♦ Ví dụ 23 — Bảng xét dấu tam thức bậc hai có hai nghiệm phân biệt

Tam thức  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ .

```
#bxd(
  var: $x$,
  func: ($x^2 - 3x + 2$),
  x-vals: ($-oo$, $1$, $2$, $+oo$),
  f-signs: (
    ($+$, $0$, $-$, $0$, $+$),
  ),
  wl:3,
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

| $x$            | $-\infty$ | 1 | 2 | $+\infty$ |   |
|----------------|-----------|---|---|-----------|---|
| $x^2 - 3x + 2$ | +         | 0 | − | 0         | + |

#### ♦ Ví dụ 24 — Bảng xét dấu tam thức bậc hai có nghiệm kép

Tam thức  $f(x) = (x - 1)^2$ . Nghiệm kép không làm tam thức đổi dấu.

```
#bxd(
  var: $x$,
  func: ($x - 1)^2$,
  x-vals: ($-oo$, $1$, $+oo$),
  f-signs: (
    ($+$, $0$, $+$),
  )
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

| $x$         | $-\infty$ | 1 | $+\infty$ |
|-------------|-----------|---|-----------|
| $(x - 1)^2$ | +         | 0 | +         |

#### ♦ Ví dụ 25 — Bảng xét dấu nhiều dòng phức tạp

Hàm đa thức gồm tích các thừa số  $f(x) = (x - 1)(x - 2)$ .

```
#bxd(
  var: $x$,
  func: ($x - 1$, $x - 2$, $f(x)$),
  x-vals: ($-oo$, $1$, $2$, $+oo$),
  f-signs: (
    ($-$, $0$, $+$, $|$, $+$),
    ($-$, $|$, $-$, $0$, $+$),
    ($+$, $0$, $-$, $0$, $+$),
  )
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

| $x$    | $-\infty$ | 1 | 2 | $+\infty$ |   |
|--------|-----------|---|---|-----------|---|
| $x-1$  | −         | 0 | + | 0         | + |
| $x-2$  | −         | 0 | − | 0         | + |
| $f(x)$ | +         | 0 | − | 0         | + |

#### ♦ Ví dụ 26 — Bảng xét dấu phân thức có chứa móc không xác định

Xét dấu biểu thức phân thức  $f(x) = \frac{x - 1}{x - 2}$ .

```
#bxd(
  var: $x$,
  func: ($x - 1$, $x - 2$, $f(x)$),
  x-vals: ($-∞$, $1$, $2$, $+∞$),
  f-signs: (
    ($-$, $0$, $+$, $|$, $+$),
    ($-$, $|$, $-$, $0$, $+$),
    ($+$, $0$, $-$, $"||"$, $+$),
  )
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

| $x$    | $-\infty$ | 1 | 2 | $+\infty$ |   |
|--------|-----------|---|---|-----------|---|
| $x-1$  | —         | 0 | + | 0         | + |
| $x-2$  | —         | 0 | — | 0         | + |
| $f(x)$ | +         | 0 | — |           | + |

#### ♦ Ví dụ 27 — Hàm liên tục nhưng đạo hàm không xác định tại cực trị

Hàm số  $y = |x|$ . Đạt cực tiểu tại  $x = 0$  nhưng không có đạo hàm tại đó.

```
#bbtv2(
  var: $x$, der: $y'$, func: $y$,
  x-vals: ($-∞$, $0$, $+∞$),
  d-signs: ($-$, $"||"$, $+$),
  v-vals: ($+∞$, $0$, $+∞$)
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

| $x$  | $-\infty$ | 0                             | $+\infty$ |
|------|-----------|-------------------------------|-----------|
| $y'$ | —         |                               | +         |
| $y$  | $+\infty$ | $\searrow$<br>0<br>$\nearrow$ | $+\infty$ |

#### ♦ Ví dụ 28 — Bảng biến thiên tối ưu cực đại (bbt-opt)

Dùng cho bài toán tối ưu hóa tìm giá trị lớn nhất trên một khoảng.

```
#bbt-opt(
  var: $x$, der: $S'$, func: $S$,
  x-vals: ($0$, $15$, $30$),
  d-signs: ($+$, $0$, $-$),
  v-vals: ($0$, $450$, $0$),
  is-min: false
)
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |   |    |    |
|------|---|----|----|
| $x$  | 0 | 15 | 30 |
| $S'$ | + | 0  | −  |
| $S$  |   |    |    |

♦ **Ví dụ 29 — Bảng biến thiên tối ưu cực tiểu (bbt-opt)**  
 Dùng cho bài toán tối ưu tìm chi phí cực tiểu trên một khoảng.

```

#bbt-opt(
  var: $t$, der: $C'$, func: $C$,
  x-vals: ($1$, $4$, $10$),
  d-signs: ($-$, $0$, $+$),
  v-vals: ($100$, $25$, $80$),
  is-min: true
)

```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|      |     |    |    |
|------|-----|----|----|
| $t$  | 1   | 4  | 10 |
| $C'$ | —   | 0  | +  |
| $C$  | 100 | 25 | 80 |

♦ **Ví dụ 30 — Bảng giá trị tọa độ vẽ đồ thị**  
 Dùng bảng giá trị 2 dòng biểu diễn tọa độ điểm vẽ đồ thị.

```

#bang-gia-tri(
  labels: ($x$, $-2$, $-1$, $0$, $1$, $2$),
  rows: (
    ($y$, $-1$, $1$, $1$, $1$, $5$),
  )
)

```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|     |    |    |   |   |   |
|-----|----|----|---|---|---|
| $x$ | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 |
| $y$ | −1 | 1  | 1 | 1 | 5 |

Package 1.0.0 cung cấp 12 theme sách, ba cấp tiêu đề và 13 hộp nội dung. Phần này luôn trình bày theo cặp **code** → **kết quả thật**.

## 1. File sách hoàn chỉnh

```
#import "@preview/sang-math:1.0.0": *

#let theme = "sgk-modern"

#show: book-theme.with(
  theme: theme,
  title: "CHUYÊN ĐỀ HÀM SỐ",
  subtitle: "Lý thuyết · Ví dụ · Luyện tập",
  author: "Tô`Toán",
  institution: "Trường THPT Sang-Math",
  grade: "Lớp 12",
  subject: "Toán",
  year: "2026–2027",
  cover-note: [Tài liệu học tập dùng trong nhà trường.],
  toc: true,
)

#book-chapter([Ứng dụng đạo hàm], number: "01", theme: theme)
#book-lesson([Tính đơn điệu], number: "1", theme: theme)
#book-section([Lý thuyết trọng tâm], number: "1.1", theme: theme)
```

## 2. Ba cấp cấu trúc — code và kết quả

```
#let theme = "sgk-modern"
#book-chapter([Ứng dụng đạo hàm], number: "01", theme: theme)
#book-lesson([Tính đơn điệu], number: "1", theme: theme)
#book-section([Dấu của đạo hàm], number: "1.1", theme: theme)
```

## CHƯƠNG

## 01

## CHỦ ĐỀ TRỌNG TÂM

## Ứng dụng đạo hàm

## KẾT QUẢ HIỂN THỊ

## Tính đơn điệu

Bài 1

## 1.1. Dấu của đạo hàm

## 3. Mạch bài học: mục tiêu, khởi động, khám phá

#goal-box(theme: theme)[

- Nhận biết khoảng đồng biến, nghịch biến.
- Lập được bảng biến thiên.

]

#warmup-box(theme: theme)[Quan sát đồ thị và dự đoán khoảng tăng.]

#explore-box(theme: theme)[Tính  $f'(x)$  rồi xét dấu đạo hàm.]

## KẾT QUẢ HIỂN THỊ

### MT Mục tiêu

- Nhận biết khoảng đồng biến, nghịch biến.
- Lập được bảng biến thiên.

### KD Khởi động

Quan sát đồ thị và dự đoán khoảng tăng.

### KP Khám phá

Tính  $f'(x)$  rồi xét dấu đạo hàm.

## 4. Lý thuyết, định nghĩa, định lý và phương pháp

`#theory-box(theme: theme)[Hàm số đồng biến khi  $f'(x) > 0$ .]`

`#definition-box(theme: theme)[Điểm  $x_0$  là điểm tới hạn nếu...]`

`#theorem-box(theme: theme)[Nếu  $f'(x) > 0$  trên  $I$  thì  $f$  đồng biến.]`

`#method-box(theme: theme)[Tính đạo hàm, tìm nghiệm, xét dấu.]`

## KẾT QUẢ HIỂN THỊ

### LT Lý thuyết

Hàm số đồng biến khi  $f'(x) > 0$ .

### DN Định nghĩa

Điểm  $x_0$  là điểm tới hạn nếu  $f'(x_0) = 0$  hoặc đạo hàm không tồn tại.

## KẾT QUẢ HIỂN THỊ

### DL Định lý

Nếu  $f'(x) > 0$  trên  $I$  thì  $f$  đồng biến trên  $I$ .

### PP Phương pháp

Tính đạo hàm, tìm nghiệm, xét dấu rồi kết luận.

## 5. Ví dụ, hoạt động, luyện tập và bài tập có dòng

```
#example-box(theme: theme)[Xét tính đơn điệu của  $x^3 - 3x$ .]
#activity-box(theme: theme)[Thảo luận dấu của  $3x^2 - 3$ .]
#practice-box(theme: theme)[Làm bài tương tự với  $x^3 - 12x$ .]
#exercise-box(theme: theme, lines: 4)[Khảo sát  $x^3 - 6x^2 + 9x$ .]
```

## KẾT QUẢ HIỂN THỊ

### VD Ví dụ

Xét tính đơn điệu của  $x^3 - 3x$ .

---



---

### HD Hoạt động

Thảo luận dấu của  $3x^2 - 3$ .

---



---

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

LT Luyện tập

Làm bài tương tự với  $x^3 - 12x$ .

---



---

BT Bài tập

Khảo sát  $x^3 - 6x^2 + 9x$ .

---



---



---



---



---



---

## 6. Cảnh báo và tổng kết

`#warning-box(theme: theme)`[Không kết luận dấu khi chưa xét tập xác định.]

`#summary-box(theme: theme)`[Đạo hàm dương: đồng biến; âm: nghịch biến.]

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

!

**Lưu ý**

Không kết luận dấu khi chưa xét tập xác định.

TK

**Tóm tắt**

Đạo hàm dương: đồng biến; đạo hàm âm: nghịch biến.

## 7. So sánh trực tiếp 12 theme sách

Mỗi ví dụ dưới đây dùng đúng cùng một nội dung; chỉ đổi tham số `theme`.

`#example-box(theme: "sgk-modern")`[Ví dụ: giải  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .]

`#example-box(theme: "vdc-elite")`[Ví dụ: giải  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .]

`#example-box(theme: "workbook-jade")`[Ví dụ: giải  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .]

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

VD Ví dụ

sgk-modern · Giải  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .

VD Ví dụ

vdc-elite · Giải  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .

VD Ví dụ

workbook-jade · Giải  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

VD Ví dụ

solution-crimson · Giải  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .

VD Ví dụ

lesson-amber · Giải  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .

VD Ví dụ

olympiad-indigo · Giải  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

VD Ví dụ

magazine-coral · Giải  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .

VD Ví dụ

blackboard-green · Giải  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .

VD Ví dụ

minimal-graphite · Giải  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

VD Ví dụ

handout-sky · Giải  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .

VD Ví dụ

research-slate · Giải  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .

VD Ví dụ

lotus-study · Giải  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .

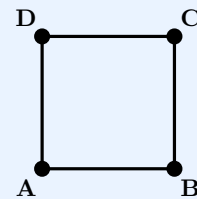
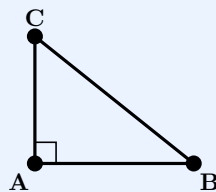
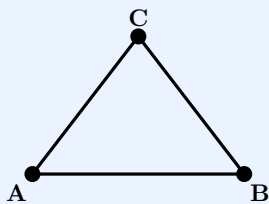
## Hình học package 1.0.0 — code và kết quả

### 1. Hình cơ bản tự tạo canvas

Các macro cơ bản dùng trực tiếp trong nội dung hoặc tham số `fig::`; người dùng không cần tự mở `cetz.canvas`.

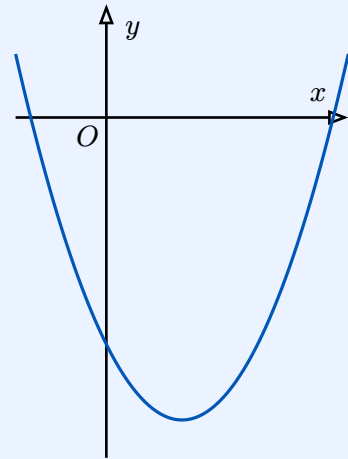
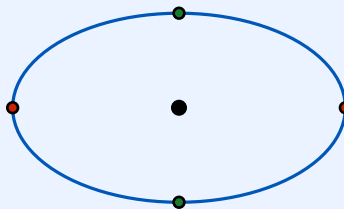
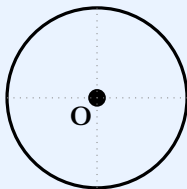
```
#tri-abc(base: 5, height: 3, labels: ("A", "B", "C"))
#tri-right(leg1: 3, leg2: 4, labels: ("A", "B", "C"))
#square(a: 3, labels: ("A", "B", "C", "D"))
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ



```
#circle-desc(center: (0, 0), radius: 2, label: "O")
#ellipse-h(center: (0, 0), a: 2.8, b: 1.5)
#parabola(a: 1, b: -2, c: -3, xmin: -2, xmax: 4)
```

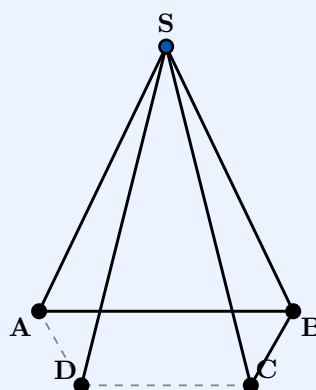
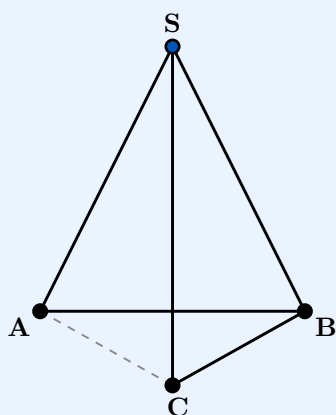
#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ



### 2. Hình chóp và lăng trụ

```
#chop-sabc(S: (0, 5), A: (-2.5, 0), B: (2.5, 0), C: (0, -1.4))
#chop-sabcd(S: (0, 5), A: (-2.4, 0), B: (2.4, 0),
  C: (1.6, -1.4), D: (-1.6, -1.4), hidden: ("AD", "DC"))
```

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

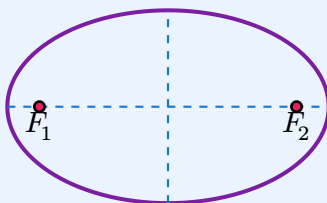


### 3. Conic nâng cao — bắt buộc nằm trong `cetz.canvas`

```
#import "@preview/cetz:0.5.2"
#import "@preview/sang-math:1.0.0": \
  draw-parabola, draw-ellipse, draw-hyperbola

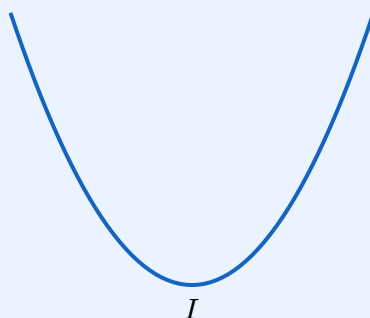
#cetz.canvas(length: 1cm, {
  draw-ellipse(a: 2.5, b: 1.5, show-axes: true, show-foci: true)
})
```

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ



```
#cetz.canvas(length: 1cm, {
  draw-parabola(a: 0.5, h: 0, k: -1,
    x-range: (-3.0, 3.0), label-vertex: [I$])
})
```

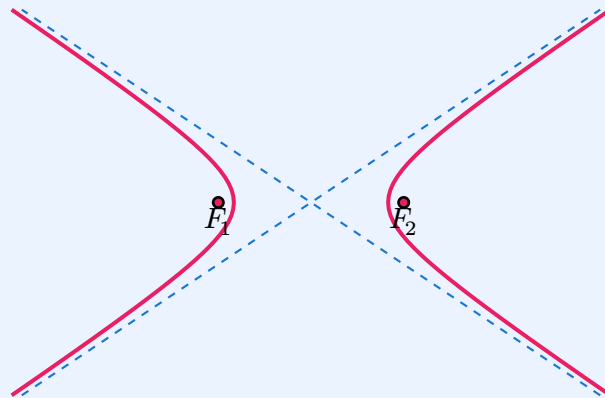
### KẾT QUẢ HIỂN THỊ



```
#cetz.canvas(length: 1cm, {
  draw-hyperbola(a: 1.2, b: 0.8,
```

```
show-asymptotes: true, show-foci: true)
})
```

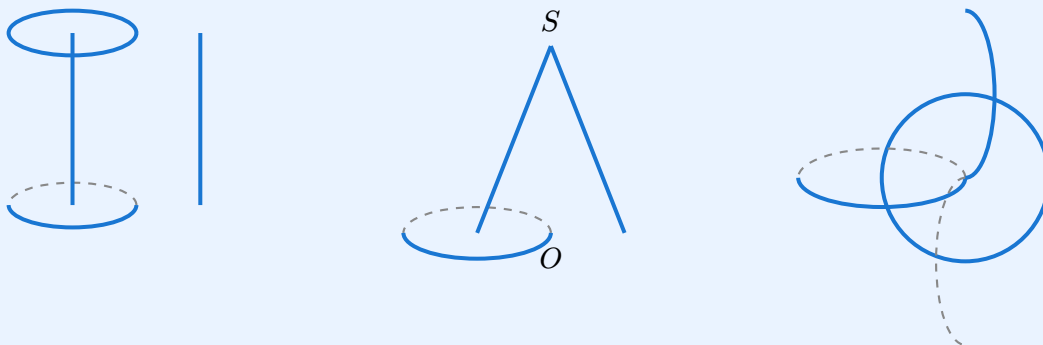
#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ



## 4. Hình trụ, hình nón và mặt cầu

```
#cetz.canvas(length: 1cm, {
  draw-cylinder(radius: 1.3, height: 3.5, show-hidden: true)
})
#cetz.canvas(length: 1cm, {
  draw-cone(radius: 1.5, height: 3.8,
    label-apex: [$S$], label-center: [$O$])
})
#cetz.canvas(length: 1cm, {
  draw-sphere(radius: 1.7, show-equator: true, show-meridian: true)
})
```

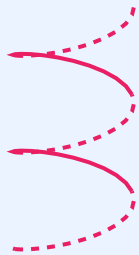
#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ



## 5. Helix và lò xo

```
#cetz.canvas(length: 1cm, {
  draw-helix(radius: 1, height: 4, loops: 2.5, auto-dashed: true)
})
#cetz.canvas(length: 1cm, {
  draw-spring(radius: 0.4, height: 4, coils: 7)
})
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ




6. Ký hiệu Toán xuất từ package

$\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Q}$   
 $C_n^k$ ,  $A_n^k$ ,  $P_n$   
 $\overrightarrow{AB}$

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

$\mathbb{R}, \mathbb{Z}, \mathbb{N}, \mathbb{Q}$ 
 $C_n^k, A_n^k, P_n$ 
 $\overrightarrow{AB}$

HDSD

## Tự xây dựng khối nháp hai cột (mở rộng ngoài package)

sang-math:1.0.0 đã có tham số `lines:` và macro `draw-lines` cho vùng nháp chuẩn. Phần này minh họa cách giáo viên tự viết wrapper nâng cao khi muốn đặt câu hỏi và giấy nháp cạnh nhau; hàm mẫu trong sách tên là `demo-q-wrap`, không thuộc API package.

### 1. Cơ chế hoạt động của `#demo-q-wrap`

- Khi `dir`: "ngang", `#demo-q-wrap` dựng một lưới gồm:
  - Cột bên trái: Nội dung câu hỏi trắc nghiệm/tự luận.
  - Cột bên phải: Khối giấy nháp kẻ dòng đứt đoạn cho học sinh làm bài.
- Khi `dir`: "doc", phần nháp được đặt phía dưới câu hỏi.

### 2. Các tham số cấu hình `#demo-q-wrap`

- `dir`: Hướng của ô nháp.
  - "ngang" (Mặc định): Đặt ô nháp nằm song song bên phải câu hỏi.
  - "doc": Đặt ô nháp nằm ngay dưới câu hỏi.
- `lines` (Số nguyên): Số lượng dòng kẻ nháp (khoảng cách mỗi dòng là 22pt). Ví dụ: `lines: 5`.
- `height` (Độ dài): Ép độ cao cố định cho ô nháp (ví dụ: `height: 120pt`). Nếu không truyền cả `lines` và `height`, hệ thống tự động đo độ cao của câu hỏi để sinh ra số dòng tương ứng.

#### ♦ Tuyển tập 10 ví dụ thực chiến với wrapper tự xây dựng

Dưới đây là 10 ví dụ thực tế của wrapper tự xây dựng. Nếu chỉ cần dòng nháp tiêu chuẩn, hãy dùng trực tiếp tham số `lines:` của `tn/ds/tln/tl`.

#### Ví dụ 1 — Hướng ngang, 4 dòng kẻ nháp với trắc nghiệm lựa chọn (Sử dụng `setminus`)

```
#demo-q-wrap(dir: "ngang", lines: 4,
tn(
  [Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \log_2(x - 1)$ .],
  ([ $D = (0; +\infty)$ ], True([ $D = (1; +\infty)$ ]), [ $D = R \setminus \{1\}$ ], [ $D = [1;$ 
 $+\infty)$ ])),
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 52.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \log_2(x - 1)$ .

- A.  $D = (0; +\infty)$
- B.  $D = (1; +\infty)$
- C.  $D = R \setminus \{1\}$
- D.  $D = [1; +\infty)$

Bài làm / Nháp:

---

---

---

---

---

---

### Ví dụ 2 — Hướng ngang, 3 dòng kẻ nháp

```
#demo-q-wrap(dir: "ngang", lines: 3,
  tn(
    [Tìm giá trị cực tiểu của hàm số '$y = x^3 - 3x + 2$',
    ($y_(C T) = 4$), ($y_(C T) = 2$), True($y_(C T) = 0$), ($y_(C T) = -1$)],
  )
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 53.** Tìm giá trị cực tiểu của hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$ .

- A.  $y_{CT} = 4$       B.  $y_{CT} = 2$   
C.  $y_{CT} = 0$       D.  $y_{CT} = -1$

Bài làm / Nháp:

---

---

---

---

---

### Ví dụ 3 — Hướng ngang, 5 dòng kẻ nháp

```
#demo-q-wrap(dir: "ngang", lines: 5,
  tn(
    [Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số '$m$' để hàm số '$y = \ln(x^2 - 2x + m)$' có tập xác định là '$R$',
    ($m > 0$), ($m \ge 1$), True($m > 1$), ($m < 1$)],
  )
)
```

#### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 54.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \ln(x^2 - 2x + m)$  có tập xác định là  $R$ .

- A.  $m > 0$       B.  $m \ge 1$   
C.  $m > 1$       D.  $m < 1$

Bài làm / Nháp:

---

---

---

---

---

---

---

### Ví dụ 4 — Hướng dọc, 4 dòng kẻ nháp

```
#demo-q-wrap(dir: "doc", lines: 4,
  tn(
    [Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số '$y = (2x - 1)/(x - 1)$' là:],
    ($y = 2$), ($y = 1$), ($x = 2$), True($x = 1$)),
  )
)
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 55.** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$  là:

A.  $y = 2$                       B.  $y = 1$                       C.  $x = 2$                       D.  $x = 1$

*Bài làm / Nháp:*

Ví dụ 5 — Hướng ngang, độ cao cố định 100pt với câu trả lời ngắn

```

#demo-q-wrap(dir: "ngang", height: 100pt,
  tln(
    [Cho hàm số '$y = f(x)$' có đạo hàm '$f'(x) = x(x - 1)^2$'. Tính số điểm cực trị của hàm số đã cho.],
    [1],
  )
)
    
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 56.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x - 1)^2$ . Tính số điểm cực trị của hàm số đã cho.

Đáp số:

*Bài làm / Nháp:*

Ví dụ 6 — Hướng dọc, 3 dòng kẻ nháp với câu trả lời ngắn

```

#demo-q-wrap(dir: "doc", lines: 3,
  tln(
    [Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình '$2^{(x^2 - x)} < 4$'.],
    [3],
  )
)
    
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

Câu 57. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình  $2^{x^2-x} < 4$ .

Đáp số:

Bài làm / Nháp:

Ví dụ 7 — Hướng ngang, tự động đo chiều cao câu hỏi trắc nghiệm Đúng/Sai

```

#demo-q-wrap(dir: "ngang",
  ds(
    [Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{(a x + b)}{(x + c)}$  có đồ thị như hình vẽ. Xét tính đúng sai
    của các khẳng định sau:],
    (
      True([Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.]),
      True([Đường tiệm cận đứng là  $x = -c$ .]),
      [Đạo hàm  $f'(x) < 0$  với mọi  $x \neq -c$ .],
      [Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.],
    )
  )
)
    
```

GV Nguyễn Văn Sang · HDSD ConicTypst · 15/07/2026

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 58.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax + b}{x + c}$  có đồ thị như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

| Phát biểu                                      | Đ                        | S                        |
|------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| a) Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| b) Đường tiệm cận đứng là $x = -c$ .           | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| c) Đạo hàm $f'(x) < 0$ với mọi $x \neq -c$ .   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| d) Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.            | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Bài làm / Nháp:

Ví dụ 8 — Hướng đọc, tự động đo chiều cao câu hỏi trắc nghiệm Đúng/Sai

```
#demo-q-wrap(dir: "doc",
ds(
  [Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 3$  và công sai  $d = 2$ . Các phát biểu sau đúng hay sai?],
  (
    True([Số hạng tổng quát  $u_n = 2n + 1$ .]),
    True([Số hạng thứ năm  $u_5 = 11$ .]),
    True([Tổng 5 số hạng đầu tiên  $S_5 = 35$ .]),
    [Công thức tổng quát  $u_n = 3n - 1$ .],
  )
)
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 59.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 3$  và công sai  $d = 2$ . Các phát biểu sau đúng hay sai?

| Phát biểu                               | Đ                        | S                        |
|-----------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| a) Số hạng tổng quát $u_n = 2n + 1$ .   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| b) Số hạng thứ năm $u_5 = 11$ .         | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| c) Tổng 5 số hạng đầu tiên $S_5 = 35$ . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| d) Công thức tổng quát $u_n = 3n - 1$ . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Bài làm / Nháp:

**Ví dụ 9 — Hướng ngang, 6 dòng kẻ nháp với Câu hỏi Tự luận**

```
#demo-q-wrap(dir: "ngang", lines: 6,  
  tl([Giải phương trình lượng giác sau trên tập số thực:  $\sin 2x - \cos x = 0$ .])  
)
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

|                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                             |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Câu 60.</b> Giải phương trình lượng giác sau trên tập số thực: <math>\sin 2x - \cos x = 0</math>.</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> | <p><i>Bài làm / Nháp:</i></p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>-----</p> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Ví dụ 10 — Hướng đọc, 5 dòng kẻ nháp với Câu hỏi Tự luận

```
#demo-q-wrap(dir: "doc", lines: 5,
  tl([Cho hình chóp $S.A B C$ có đáy là tam giác đều cạnh $a$. Cạnh bên $S A$ vuông góc
với mặt đáy và $S A = a \sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.A B C$.]
)
```

KẾT QUẢ HIỂN THỊ

**Câu 61.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy và  $SA = a\sqrt{3}$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

Bài làm / Nháp:

HDSD

Bảng tra cứu nhanh

Tóm tắt 4 loại câu hỏi

| Macro | Đối số 1   | Đối số 2          | Đặc điểm                                         |
|-------|------------|-------------------|--------------------------------------------------|
| #tn   | stem       | tuple phương án   | Tự động 1/2/4 cột; True() đánh dấu đúng          |
| #ds   | stem chung | tuple 4 phát biểu | True() = phát biểu đúng; hiện Đ/S khi loigiai    |
| #tln  | stem       | đáp án            | 4 ô trống chế độ đề thi; hiện đáp án khi loigiai |
| #tl   | stem       | (không có)        | Dòng kẻ trống; lời giải khi loigiai              |

Tóm tắt tham số hình vẽ

| Tham số    | Giá trị và ý nghĩa                                                        |
|------------|---------------------------------------------------------------------------|
| fig:       | Canvas cetz hoặc nội dung Typst bất kỳ. Mặc định none (không hình).       |
| fig-pos:   | "right" (mặc định) · "left" · "center" (phía dưới căn giữa)               |
| fig-width: | Chiều rộng vùng hình khi fig-pos là "right" hoặc "left". Ví dụ: 35%, 4cm. |

Lệnh biên dịch chuẩn

```
# Từ thư mục gốc workspace
typst compile --root . "typst/exams/ten-file.typ"
typst compile --root . "typst/De-Cac-So/ten-de.typ"

# Tinymist (VS Code extension) tự động dùng settings.json:
# "tinymist.typstExtraArgs": ["--root", "${workspaceFolder}"]
```

## Beamer — profile package và mở rộng trình chiếu

Hệ thống Beamer cho phép biên soạn **một file đề thi duy nhất** vừa ra đề in A4 vừa ra slide trình chiếu 16:9, **không cần sửa nội dung câu hỏi**.

**Lưu ý** `exam-preset(profile: "beamer")` thuộc package `sang-math:1.0.0`. File `sang-beamer.typ` và theme Touying trình bày trong chương này là mở rộng của repository ConicTypst, không phải API bắt buộc của package Universe.

### Kiến trúc tổng quan

| File                              | Vai trò                                                                                |
|-----------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| <code>sang-beamer.typ</code>      | Engine core: theme Metropolis + touying 0.7.3, hàm câu hỏi slide, hệ thống màu tự động |
| <code>Beamer.typ</code>           | File entry point: cấu hình giao diện, import đề, compile thành slide                   |
| <code>De-Cac-So/ten-de.typ</code> | File đề thi: vừa standalone A4 vừa export <code>make-questions</code> cho Beamer       |

### Cấu trúc file đề thi tương thích Beamer

Mỗi file đề trong `De-Cac-So/` cần thêm **đúng 3 chỗ** để hỗ trợ cả hai chế độ:

```
// ① Phân đầu – dùng package sang-math bình thường
#import "@preview/sang-math:1.0.0": *
#import "@preview/cetz:0.5.2"
#let mode = "loigiaihai"
#let accent = classic.blue
#show math.equation: set text(fill: black)
#let (tn, ds, tln, tl) = exam-mode(mode: mode, accent: accent)

// Tiêu đề đề thi (chỉ hiển thị khi in A4)
#show: thpt-school-exam.with(
  department: "SỞ GIÁO DỤC...",
  // ...
)

// ② Bọc toàn bộ câu hỏi trong hàm make-questions
// Thêm dòng này TRƯỚC #exam-part đầu tiên:
#let make-questions(tn: tn, ds: ds, tln: tln, tl: tl, exam-part: exam-part) = [

#exam-part([PHẦN I...], count: 12)
#tn([...], (...))
// ... tất cả câu hỏi ...

] // ← đóng make-questions

// ③ Cuối file – chỉ chạy khi in A4, bỏ qua khi Beamer import
#if sys.inputs.at("beamer", default: "0") != "1" {
```

```
make-questions()
het
}
```

### KẾT QUẢ HIỂN THỊ

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
TỈNH ...

KỲ THI THỬ ...  
Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút

Mã đề: 101

### PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án

(1 câu)

**Câu 62.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

A.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$

B.  $y = x^3 + x$

C.  $y = x^2$

D.  $y = -x^3$

**Lời giải.**  $y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

**Lưu ý** Toàn bộ #exam-part, #tn, #ds, #tln, #tl phải nằm BÊN TRONG make-questions(...). Không có ngoại lệ.

### Cấu hình Beamer.typ

```
#import "sang-beamer.typ": *

// — Tùy chọn giao diện —————
#let accent      = classic.blue      // Màu chủ đạo
#let bm-title     = "CHỮA ĐỀ`THPT QG 2026"
#let bm-subtitle  = "TOÁN - LỚP 12"
#let bm-author    = "GV Nguyễn Văn Sang"
#let bm-institution = "ĐỀ`THI THỬ"
#let bm-code      = "101"            // Mã đề`

// — Màu nền – tất cả còn lại tự động thích nghi ———
#let bm-bg-color  = rgb("#0f172a")   // Tôí đêm (mặc định đẹp)
// Các lựa chọn khác:
//   rgb("#0a1628") – Xanh navy
//   rgb("#1a0a2e") – Tôí tím
//   rgb("#ffffff") – Trắng (nền sáng)
//   rgb("#f1f5f9") – Xám nhạt

// — Màu công thức toán —————
#let bm-math-color = rgb("#f59e0b")   // Vàng (đẹp trên nền tôí)
// Trên nền sáng nên dùng: rgb("#1553a0") hoặc rgb("#c00000")

// — Cỡ chữ —————
#let bm-text-size = 18pt
```

```
#let bm-q-size      = 17pt
#let bm-opt-size    = 15pt
#let bm-sol-size    = 13pt

// — Số câu (navigation dots ở footer) —————
#let bm-total-q = 22

// — Step-by-step reveal —————
#let bm-auto-step = false // true = mỗi #step tự pause

#show: sang-beamer-theme.with(
  title: bm-title, subtitle: bm-subtitle, author: bm-author,
  institution: bm-institution, accent: accent, code: bm-code,
  total-q: bm-total-q, bg_color: bm-bg-color, text_size: bm-text-size,
  math_color: bm-math-color, question_size: bm-q-size,
  option_size: bm-opt-size, solution_size: bm-sol-size,
  auto_step_pause: bm-auto-step,
)

#let mode = "loigiaiai"
#let _m = exam-mode(mode: mode, accent: accent)

// Import và gọi make-questions với hàm beamer
#import "De-Cac-So/2026-Sở-An-Giang.typ": make-questions as _de
#_de(tn: _m.tn, ds: _m.ds, tln: _m.tln, tl: _m.tl, exam-part: exam-part)

#het
```

## Hệ thống màu tự động thích nghi

Chỉ cần đổi `bm-bg-color` — tất cả màu còn lại tự tính:

| Nền                                | Phát hiện | Tự động sinh                                          |
|------------------------------------|-----------|-------------------------------------------------------|
| <code>rgb("#0f172a")</code> (tối)  | dark      | Chữ trắng · Card tối hơn · Sol xám nhạt · Muted xám   |
| <code>rgb("#ffffff")</code> (sáng) | light     | Chữ đen · Card sáng hơn · Sol xám tối · Muted xám đậm |

**Lưu ý** Khi dùng nền sáng, nên đổi `bm-math-color` sang màu tối: `rgb("#1553a0")` (xanh đậm) hoặc `rgb("#c00000")` (đỏ đậm) để toán dễ đọc.

## Biên dịch Beamer

```
# Compile ra PDF slide (không cần --input beamer=1)
npm run compile:Beamer

# Watch mode — tự recompile mỗi khi save
npm run watch:Beamer
```

**Mẹo** Mở file PDF kết quả bằng **Preview.app** (macOS) — nó tự refresh khi file thay đổi. Preview file đề thi gốc vẫn dùng tinymist bình thường, hai workflow không xung đột nhau.

## Thêm đề mới vào Beamer

**Bước 1:** Thêm make-questions vào file đề (3 chỗ như hướng dẫn ở trên).

**Bước 2:** Trong Beamer.typ, thêm 2 dòng:

```
#import "De-Cac-So/TenDeFile.typ": make-questions as _ten
#_ten(tn: _m.tn, ds: _m.ds, tln: _m.tln, tl: _m.tl, exam-part: exam-part)
```

Để trình chiếu **nhiều đề liên tiếp** trong cùng một buổi, xếp nhiều import liên tiếp:

```
#import "De-Cac-So/2026-Sở-An-Giang.typ": make-questions as _ag
#import "De-Cac-So/2026-Sở-Đồng-Tháp.typ": make-questions as _dt

#_ag(tn: _m.tn, ds: _m.ds, tln: _m.tln, tl: _m.tl, exam-part: exam-part)
#_dt(tn: _m.tn, ds: _m.ds, tln: _m.tln, tl: _m.tl, exam-part: exam-part)
#het
```

## Tham số sang-beamer-theme

**title:** bắt buộc string Tên bài giảng / đề thi, hiển thị trên slide tiêu đề và header.

**subtitle:** tùy chọn · mặc định: "" string Phụ đề, ví dụ tên lớp.

**author:** tùy chọn · mặc định: "" string Tên giáo viên.

**institution:** tùy chọn · mặc định: "" string Tên trường / kỳ thi.

**accent:** tùy chọn · mặc định: classic.blue color Màu chủ đạo — dùng cho header, nhãn câu, nút navigation.

**bg\_color:** tùy chọn · mặc định: rgb("#0f172a") color Màu nền slide. Mọi màu khác tự sinh từ đây.

**math\_color:** tùy chọn · mặc định: rgb("#f59e0b") color Màu công thức toán trong slide.

**total-q:** tùy chọn · mặc định: 22 int Số câu — quyết định số nút tròn ở footer.

**text\_size:** tùy chọn · mặc định: 18pt length Cỡ chữ body toàn slide.

**question\_size:** tùy chọn · mặc định: 17pt length Cỡ chữ đề bài câu hỏi.

**option\_size:** tùy chọn · mặc định: 15pt length Cỡ chữ các phương án A/B/C/D.

**solution\_size:** tùy chọn · mặc định: 13pt length Cỡ chữ lời giải.

**auto\_step\_pause:** tùy chọn · mặc định: false bool true = mỗi #step[...] trong lời giải tự tạo pause (click để hiện từng bước).

## Navigation dots — nút nhảy câu

Footer mỗi slide có hàng nút tròn nhỏ, mỗi nút ứng với 1 câu. Click vào nút để nhảy thẳng đến câu đó.

- Nút **sáng** (có viên accent): slide câu đó đã được biên dịch thành công.
- Nút **mờ**: chưa có câu ứng với số đó.

**Mẹo** Nếu thêm câu nhưng nút không hiện: kiểm tra `bm-total-q` trong `Beamer.typ` — cần tăng lên bằng số câu thực tế.

## Hàm câu hỏi trong Beamer

Các hàm `tn`, `ds`, `tln`, `tl` trong beamer nhận **cùng tham số** với `sang-exam`:

| Tham số                 | Ý nghĩa trong beamer                                                           |
|-------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| <code>loigiai:</code>   | Nội dung slide đáp án. Nếu <code>none</code> , chỉ có 1 slide câu hỏi.         |
| <code>fig:</code>       | Hình vẽ — tự động đặt trên nền trắng để rõ trên mọi nền slide.                 |
| <code>fig-width:</code> | Chiều rộng cột hình. Mặc định 40%.                                             |
| <code>num:</code>       | <code>auto</code> (tự đếm liên tục) hoặc số cụ thể để ép số câu.               |
| <code>prefix:</code>    | Nhãn trước số câu. Mặc định "Câu".                                             |
| <code>mode:</code>      | Luôn <code>"loigiai"</code> trong beamer (tự động từ <code>exam-mode</code> ). |

**Mẹo** Hộp `#ppgiai`, `#luuy`, `#meo`, `#step` dùng bình thường trong `loigiai:` của beamer — chữ tự chuyển sang màu tối để đọc được trên nền hộp sáng.